ИНСТИТУТ КОМПЬЮТЕРНЫХ НАУК И ТЕХНОЛОГИЙ

ВШ ИСКУСТВЕННОГО ИНТЕЛЛЕКТА

курс: методы исследовательской работы

ЛЕКЦИЯ 4 : МОДАЛЬНАЯ ЛОГИКА ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ РАЮОТЫ

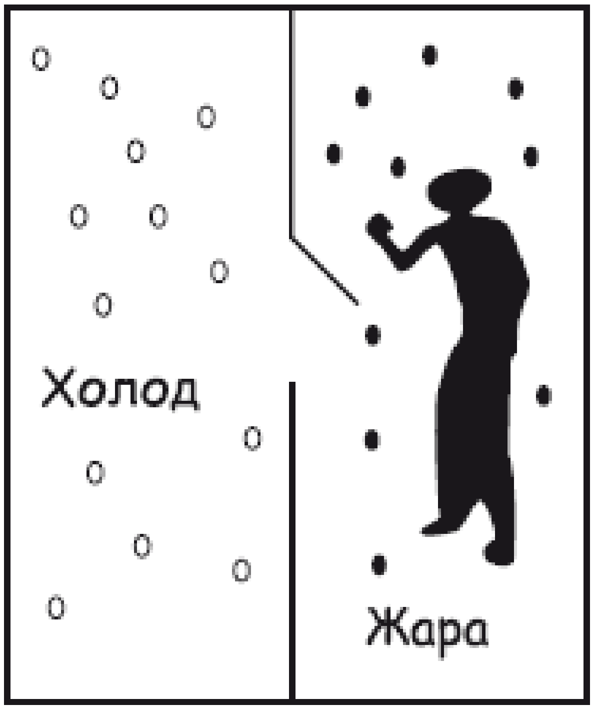
27.02.2025

ИНФОРМАЦИОННАЯ ЭНТРОПИЯ

Но не вся физическая реальность «следует» закону увеличения энтропии ?!

В изолированной физической системе энтропия либо **остаётся неизменной**, либо возрастает в неравновесных процессах, достигая максимума при установлении термодинамического равновесия (закон возрастания энтропии)

Что же (или «кто») работает против энтропии ?



Демон Максвелла — это символ осознания в бессознательной системе

Логические законы: краеугольный камень «антиэнтропийного» мышления ?

Парадоксы физического vs логического исследования мира

Итак: основа физического описания : закон возрастания энтропии

(но так происходит не всегда ?»)

Основа «понимания» мира: закон следования X → У (из X следует Y**)**

¬ , ∧, ∨, → - символы-связки: «отрицания», «и», «или», «следования»

Понимание подразумевает, что между X и Y **есть логическая связь (импликация), то есть:**

что X является ***достаточным*** для Y (‘X ***ВЛЕЧЕТ*** Y’),

что Y является ***необходимым*** для X (Y ***ВЫТЕКАЕТ*** из X).

логический «закон»:

если X истинно, то ОБЯЗАТЕЛЬНО должно быть истинным Y:

НЕВОЗМОЖНО, чтобы X было истинным, а Y ложным.

(но высказывание «формирует» человек и так происходит не всегда ?)

ПОЛИТЕХ

ЦИФРЫ 1 И 0 В ЛОГИЧЕСКИХ КОНСТРУКЦИЯХ: ЗАКОН ИСКЛЮЧЕННОГО ТРЕЬЕГО»

Конструкция AND возвращает 1 (истина) когда оба входных операнда равны 1,
во всех остальных случаях возвращается 0 (ложь).
Примеры:
1 AND 1 = 1
1 AND 0 = 0
0 AND 1 = 0
0 AND 0 = 0

Конструкция OR возвращает 1 (истина) когда один из входных операндов равен 1, в случае когд
равны нулю
0 (ложь).
Примеры:
1 OR 1 = 1
1 OR 0 = 1
0 OR 1 = 1
0 OR 0 = 0

Закон исключения третьего:

Из двух противоречащих суждений одно истинно, другое ложно, а третьего не дано.

$$A \vee \overline{A} = 1$$

Конструкция NOT возвращает обратное значение операнда.
Примеры:
NOT 1 = 0
NOT 0 = 1

принцип исключения третьего: среди двух высказываний, одно из которых является отрицанием другого, всегда имеется истинное высказывание

Утверждения в логике высказываний (ЛВ) представляются формулами.

- из ложности **отрицания** некоторого суждения нельзя делать вывод об **истинности** этого суждения

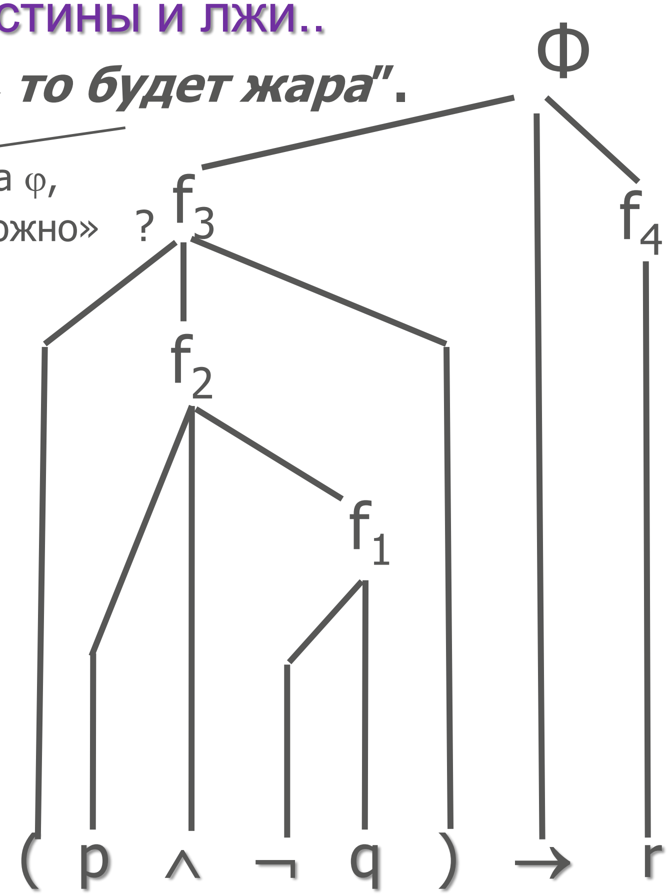
Закон ассиметрии истины и лжи..

Формула: "*Если есть солнце и нет ветра, то будет жара*".

$\Phi = (p \wedge \neg q) \rightarrow r$

Истина ли формула φ,
если p «истина», а q «ложно»

$$\varphi ::= p \mid \neg\varphi \mid (\varphi \vee \varphi) \mid (\ \varphi\ )$$



- «Атом» в формуле ЛВ представляет конкретный факт.
- Факт может быть или его может не быть в реальности.

Φ = 1 (истина) на интерпретации
<p=1, q=0, r=1>

Парадоксы логического следования

Итак, имеет место неадекватность формулы $A \to B$ (или $A \supset B$) для выражения отношения “A *влечет* B”, **когда факты A и B друг с другом не связаны.**

Поэтому в отношение **логического следования** *фактов* **A и B** *необходимо добавить отношения* “***возможно***” и “***необходимо***”:

‘A *логически влечет* B’ ≡ ‘A $\prec$ B’

A B	A→B
0 0	1
0 1	1
~~1 0~~	0
1 1	1

при условии, что

истинность B и ложность A вместе сосуществовать не могут.

невозможно!

ПОЛИТЕХ

Утверждения в ЛВ и МЛ представляются формулами.

$$\Phi = (p_1 \wedge \neg p_2) \rightarrow p_3$$

$$F = [](p_1 \rightarrow \Diamond p_2)$$

Формула Ф **классической логики высказываний** принимает **значение** 'И' либо 'Л' на конкретной интерпретации – модели окружающего мира, на конкретном наборе 'И' либо 'Л' значений атомов. ("*Если солнце и нет ветра, то будет жара*").

Значение И/Л **модальной *формулы*** *F* зависит **не только от истинностных значений входящих атомов, но и** ***от контекста*****.**

А число контекстов бесконечно!

Атом в логической формуле представляет конкретный факт. Если p=И, то соответствующий факт имеет место (истинен).

Формулы модальной логики для разных областей реальности имеют разный смысл и разное истинностное значение

$[\,]\varphi \to \varphi$ из «необходимо» φ следует φ

В области **знаний** (эпистемическая логика (логика знаний)): **ДА!**

– *Если я знаю, что Саша любит Машу, то Саша любит Машу.*

для эпистемической логики это аксиома

В области **времени** (темпоральная логика (логика времени)): **ДА!**

– *Если я всегда буду любить Катю, то я и сейчас люблю Катю.*

для темпоральной логики это аксиома (будущее включает настоящее)

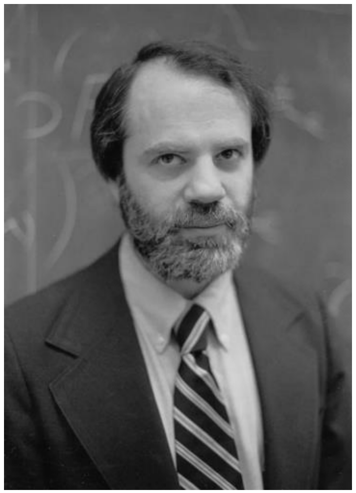
В области **законов и норм** (деонтическая логика): **НЕТ !**

– *Если студенты обязаны посещать лекции, то они посещают лекции*

для деонтической логики это НЕ аксиома (истинность формулы не может зависеть от хотелок студентов!).

«Картина мира» Лейбница как множество «возможные миры»

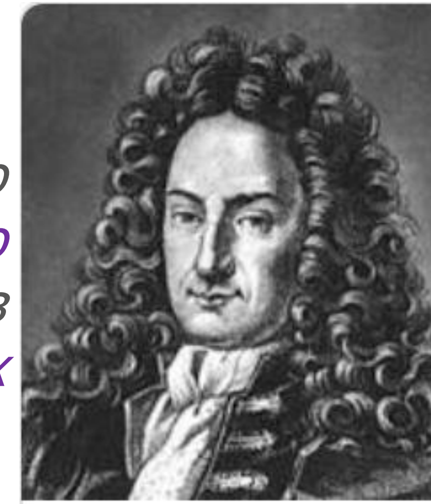
Понятие «возможные миры» восходит к Г. Лейбницу:



С. Крипке
1940-1922

"Все существующее в мире можно рассматривать как реализацию актуализированной сейчас одной из бесчисленного множества мыслимых возможностей

«возможное состояние (возможная история) мира» это «контрфактическая ситуация», описываемая формулами модальной логики



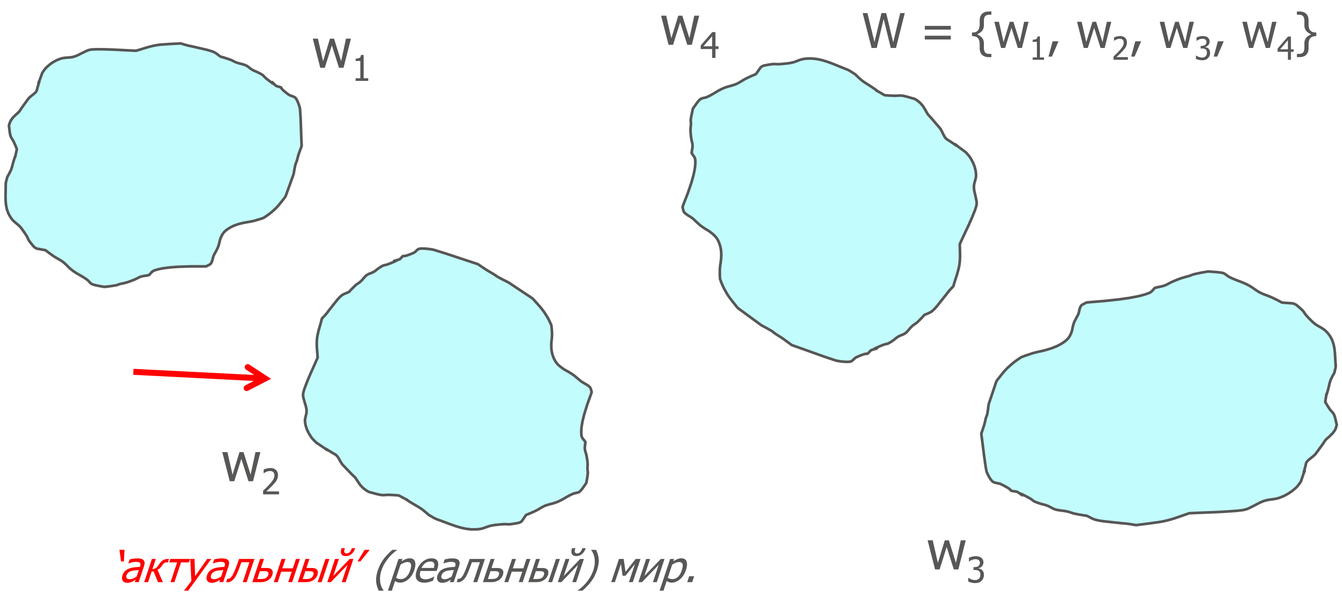
1646-1716

Лейбниц считал, что ***мыслимые*** Богом ***возможные миры***, согласованы с "*истинами разума*", законами математики и логики, лежащими в основе всего мироздания.

Поэтому законы логики и математики выполняются во всех возможных мирах. Обычные же факты выполняются только в некотор возможных мирах.

Идея семантических моделей С. Крипке:

$W = \{w_1, w_2, w_3, w_4\}$

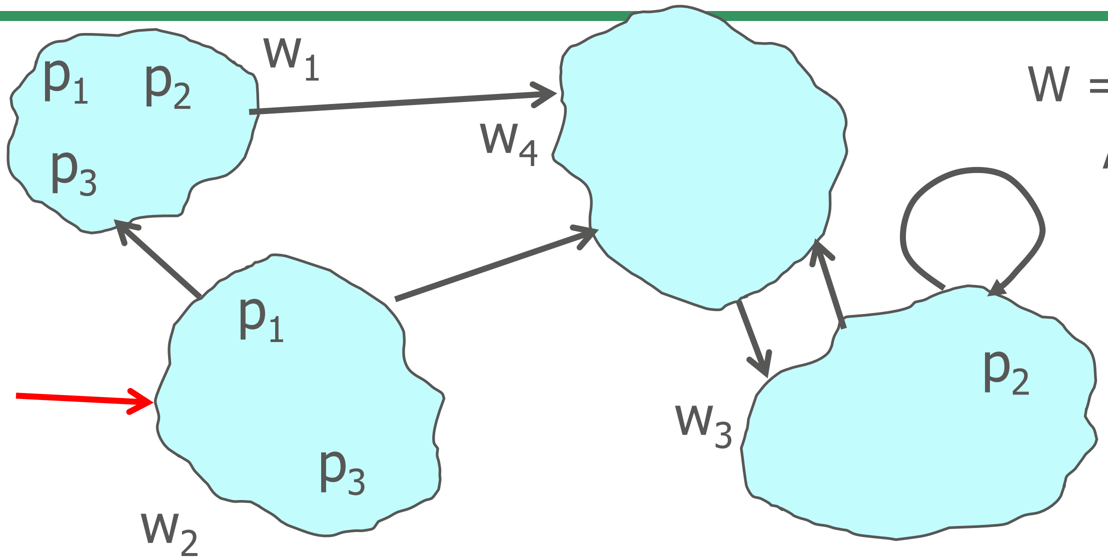


'актуальный' (реальный) мир.

Все возможные ситуации, адекватные рассматриваемой проблеме, можно ПРЕДСТАВИТЬ **ЯВНО** как '**возможные миры**'.

В основе <u>семантики возможных миров</u> лежит способность человека размышлять над ходом жизни, представлять развитие различных событий и ситуаций, конструировать возможное положение дел в будущем и, оглядываясь назад, моделировать иной исход уже свершившихся событий.

В семантической модели С. Крипке *все возможные ситуации представить ЯВНО – как возможные*



$W = \{w_1, w_2, w_3, w_4\}$

$AP = \{p_1, p_2, p_3\}$

$L(w_1) = \{p_1, p_2, p_3\};$
$L(w_2) = \{p_1, p_3\};$
$L(w_3) = \{p_2\};$
$L(w_4) = \{\ \}$

$R=\{ (w_1,w_4), (w_2,w_1), (w_2,w_4), (w_3,w_4), (w_3,w_3), (w_4,w_3) \}$

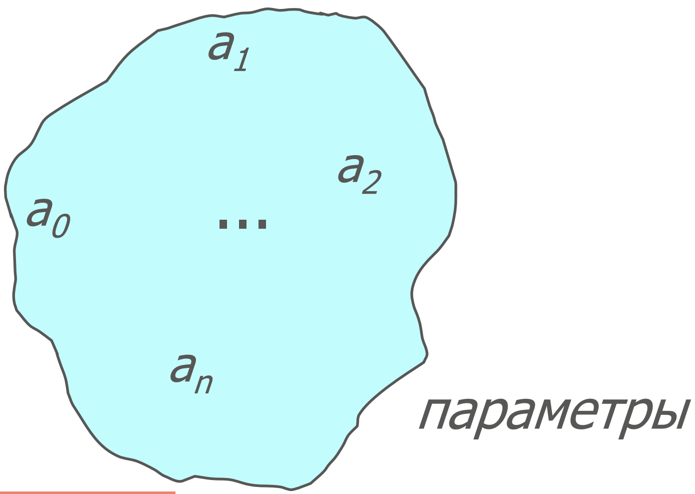
актуальный' (реальный) мир.

в каждом мире показаны только истинные атомы.

Миры (ситуации) можно связать : определив бинарное отношение $R \subseteq W^2$.

ОПЕРАТОРА [] И КВАНТОРА ВСЕОБЩНОСТИ ∀ БИНАРНОЙ ЛОГИКИ

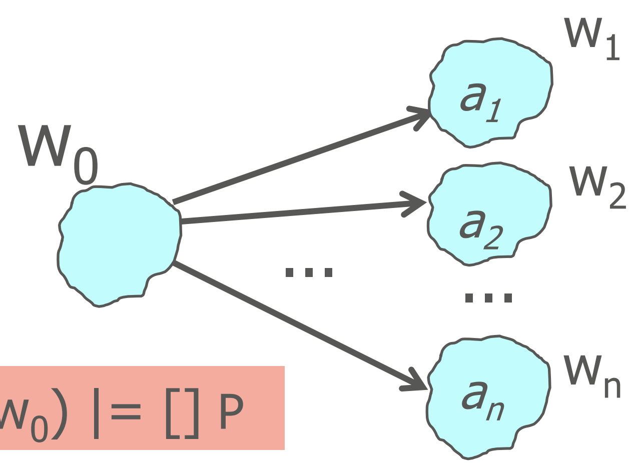
- Семантика квантора ∀ бинарной логики предикатов



Универсум

$(\forall a \in A)\ P(a)$ истинна, если для всех $a_i \in A$, $P(a_i)$ = И

- Семантика оператора [] модальной логики



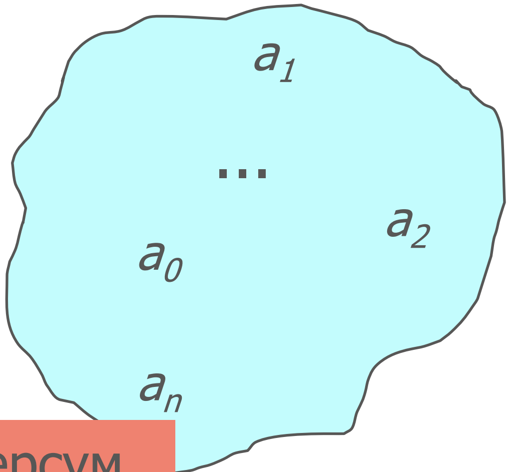
$(M, w_0) \models [\,]\, P$

[] P выполняеся в мире w_0 структуры Крипке М, если **во всех** мирах $w_i \in W$, **достижимых** из w_0, P истинно в w_i

- Модальный оператор [] можно рассматривать как АНАЛОГ квантора ∀. []P означает $(\forall w \in W)P$, где квантор берется по всем мирам (ситуациям, состояниям, моментам времени и т.п.), достижимым из W_0.

ОПЕРАТОРА ‘РОМБ’ ◊ И КВАНТОРА СУЩЕСТВОВАНИЯ ∃ БИНАРНОЙ ЛОГИКИ

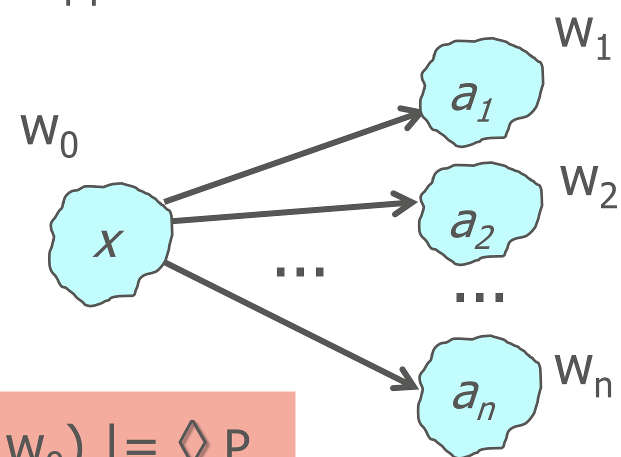
- Семантика квантора ∃ бинарной логики предикатов



Универсум

($\exists a \in A$) P(a) истинно, если сущестует такое $a_i \in A$, что P(a_i) **истинно**

- Семантика оператора ◊ модальной логики



(M, w_0) |= ◊ P

◊ P истинно в мире w_0 структуры Крипке M, если **сущестует** такой мир $w_i \in W$, **достижимый** из w_0, что P истинно в w_i

- Модальный оператор ◊ можно рассматривать как АНАЛОГ квантора ∃ логики предикатов: ◊ P означает ($\exists w \in W$)P.

МОДАЛЬНЫЕ ФОРМЫ «ПРОМПТ ЗАПРОСОВ»

- Проверьте выполнение данной модальной формулы во всех мира
заданной структуры Крипке М.

Примеры модальных формул:

а) ◊ [] (φ & ψ);

б) [] ◊ (a & b);

в) ◊ [] ◊ (a $\vee$ b).