

ВШ ИСКУССТВЕННОГО ИНТЕЛЛЕКТА

курс: Введение в профессиональную деятельность

ТЕМА 2. МАТЕМАТИКА КАК МЕТАФОРА

ЛЕКЦИЯ 6 : *ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ МИНИМУМ КОМПЬЮТЕРНЫХ НАУК :*

ЧИСЛО VS СЛОВО / ЯВЛЕНИЯ VS ПРЕДСТАВЛЕНИЯ

20 марта
2025

- что обсуждали на прошлой лекции
- Введение к лекции «6»
- Метафора «теоретический минимум»
- Суть теории и имена «основателей»
- Заключение

ЧТО ОБСУЖДАЛИ НА ЛЕКЦИИ 5: ЭНТРОПИЯ, ФИЗИЧЕСКАЯ РЕАЛЬНОСТЬ И МОДАЛЬНАЯ ЛОГИКА



Термодинамика: В изолированной физической системе энтропия либо остаётся неизменной, либо возрастает (закон возрастания энтропии) **НО НЕ ВСЯ** физическая реальность «следует» **закону увеличения энтропии** !
Почему ? Понятие **«возможные миры»** Г. Лейбница.

Модальности логики **«воображаемого»** мира:

- Необходимо (для всех) $\Box$
- Возможно (для некоторых) $\Diamond$

Примеры модальных формул:

- $\Diamond \Box (\varphi \ \& \ \psi);$
- $\Box \Diamond (a \ \& \ b);$
- $\Diamond \Box \Diamond (a \ \vee \ b).$

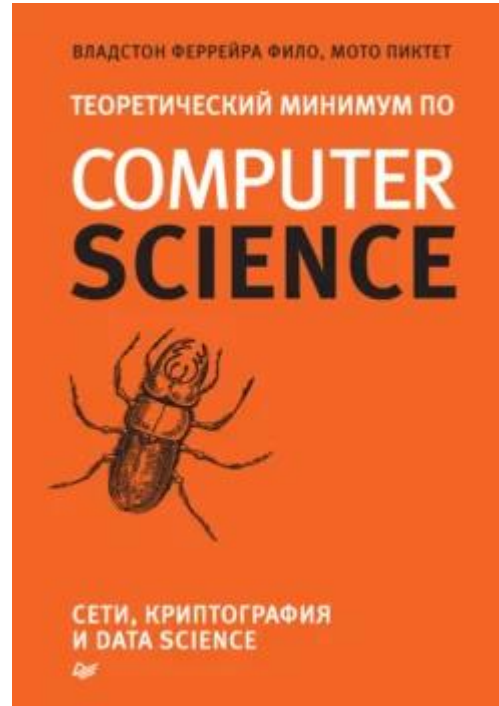
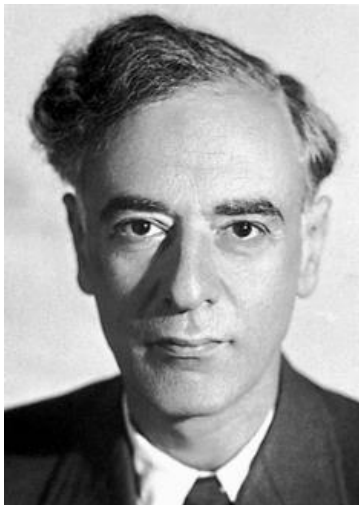
- «сообщение» есть объект «воображаемого мира» - некой информационной реальности...
- По аналогии с термодинамикой Клод Шеннон ввел меру «сообщения», назвав **ее** **информационной энтропией**, которую определил как
 - **вероятность того, что конкретный символ из конкретного алфавита** входит в слова передаваемого сообщения.

К. Шеннон - первый «хомо информатикус»

то есть homo sapiens
«человек разумный»,
воспринимает мир
1) **«локально»** и **последовательно**,
а «хомо информатикус»
воспринимает мир
2) **«глобально»** (есть прошлое, настоящее и будущее) **и параллельно**
через каналы передачи информации

Теоретический минимум
ак. Л. Ландау:
«Математическая техника есть
основа нашей науки - **решать
различные прикладные
задачи, производя
необходимые вычисления.**

Теорию надо знать, понимать
и **уметь** ей пользоваться»

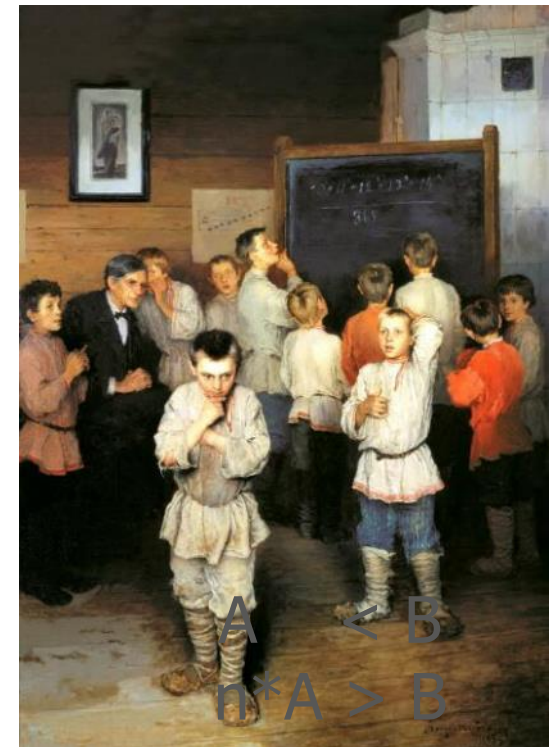


Аксиома Архимеда:

$$A < B$$
$$n * A > B$$

Ноль это число ?

$$0+0+...0= ?$$

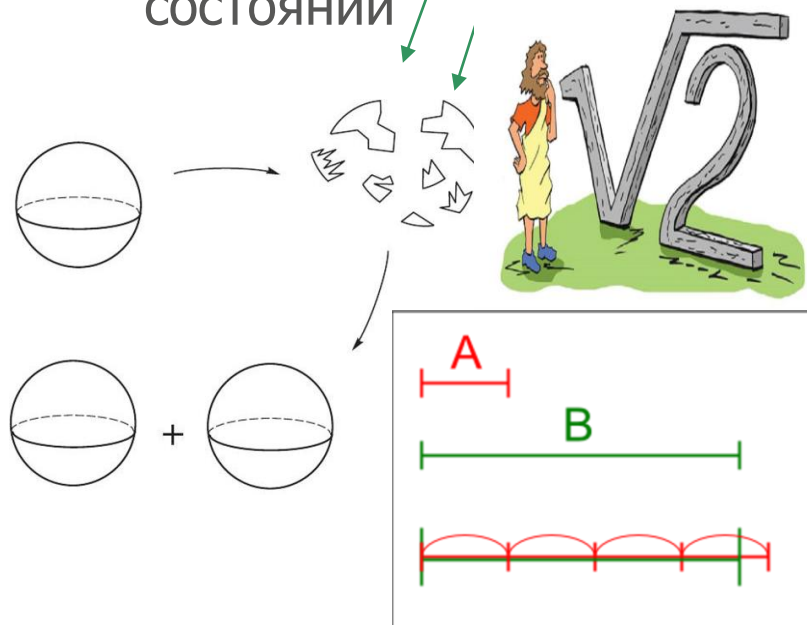


**Парадокс Банаха-Тарского:**

Трёхмерный шар равносоставлен двум своим копиям



возможен ли переход из
мира «1» в мир «2» через
«не измеримое» или «не
вычислимое» / множество
состояний



Проблема:

❑ множество «КОГНИТИВНЫХ» функций
вычислимо ?

Диалектика процессов измерений:

❖ измерить vs
вычислить ?

$$A < B$$
$$n * A > B$$

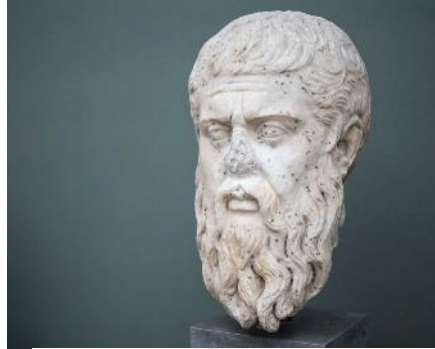
НАПОМИНАНИЕ И УТОЧНЕНИЕ

- информационная энтропия H микросхемы памяти, хранящей один гигабайт данных, составляет около 10^{10} бит (1 байт = 8 бит), а
- термодинамическая энтропия S той же микросхемы при комнатной температуре имеет порядок 10^{23} бит.
- Поэтому появляется искушение эволюцию Вселенной можно рассматривать как «вычисление», где каждое физическое взаимодействие и изменение состояния можно понимать как изменение **информационной энтропии**.
 - *Всякое количество есть множество, а ограниченное множество есть число [Аристотель, Метафизика].*

В реальном мире в 90% случаев человек имеем дело с **дискретным представлением** абстрактных сущностей – чисел, образов и слов, которые являются фундаментальными **единицами информационной реальности**

- Алгоритм – это выражение детерминированной сути законов современной науки
- Но ,, , суть законов (истина) может быть выражена счетным множеством различных алгоритмов . Возникает понятие **алгоритмической сложности** (энтропии Колмогорова), которая определяется как:
 - минимальная длина алгоритма (описания), необходимого для вычисления данного состояния системы.
- Например:
 - Последовательность из миллиона нулей легко сжимается до короткой команды «повторить 0 миллион раз». Алгоритмическая энтропия такого состояния низкая.
 - Случайная последовательность из нулей и единиц практически не сжимаема. Для её описания необходимо указать все символы подряд, и алгоритмическая энтропия такой последовательности высока.

К ИСТОКАМ ПРОБЛЕМЫ АЛГОРИТМОВ ОПИСАНИЯ СУЩНОСТЕЙ



«...**ИМЯ** **есть**... орудие распределения сущностей».

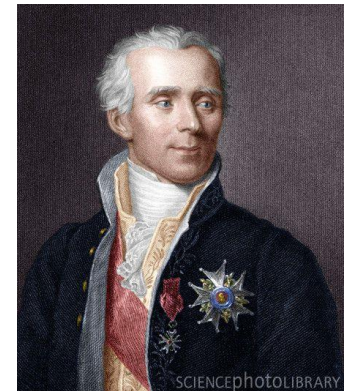
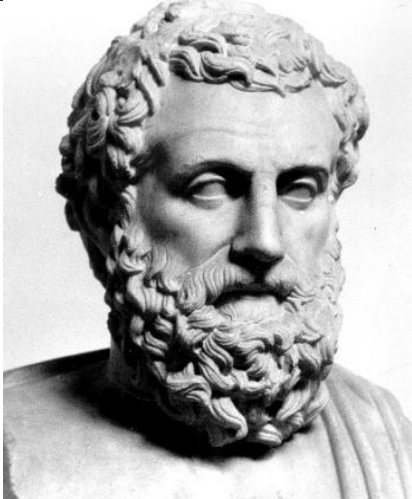
Платон (427–347 гг. до н.э.)

(**Реалисты**)

имена возникают в результате соглашения.

Аристотель (384–322 гг. до н.э.)

(**Номиналисты**)



Пьер Лаплас: зная имена и значения всех сущностей можно вычислить всю реальность !?

Вычислять будет «демон Лапласа»



Минимум это то, что надо
понимать и **уметь пользоваться**, используя законы ... Природы и
преобразования энтропии/информации

Д. Гильберт:

«Не существует такой **вещи**, как
неразрешимая задача».



Эпитафия на могиле :

«**МЫ ДОЛЖНЫ ЗНАТЬ,**
мы будем знать».

вопросы:

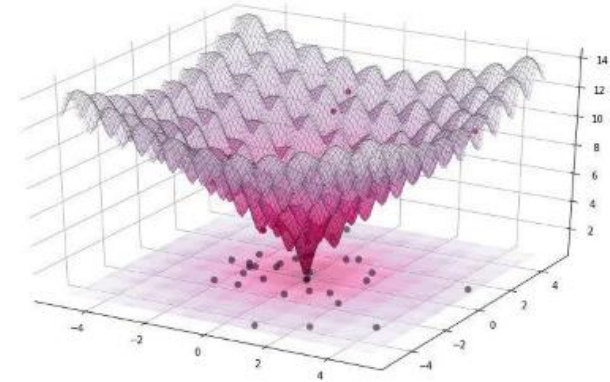
«должны» - кому?

«знать» - что



	имена	вклад	задач
1	Д. Гильберт	«архитектор» программы развития современной математики, 1900	Сформулировал 23 проблемы, решение которых создаст логический базис «математики природы»
2	К. Гёдель	доказал неполноту арифметики, 1931	Теоремы о неполноте формальных систем - мышление не вычислимо
3	А. Тьюринг	Разработал логические системы, основанные на ординалах множеств и информации об (трансфинитные числа). Создал модель вычислений - машина Тьюринга, 1935	Машина Тьюринга с оракулом
4	ак. А.Н.Колмогоров	создал аксиоматическую теорию вероятностей 1927, представление функций в виде суперпозиции функций меньшего числа переменных 1957	вычислительная сложность, решения обратных задачи представления функции с помощью нейронных сетей
5	ак. А.П. Ершов	концепция автоматизации программирования , 1958	термин информатика, «программирование» программ на БЭСМ теория компиляторов
6			

- Перечислимость (множеств),
 - Вычислимость (функций),
 - разрешимость (множеств) ...
 - Объяснимость (интерпретируемость)



Так называемая 10 проблема Гильберта была решена в 1970 г ак. Ю. Матиясевичем: универсального алгоритма решения диофантовых уравнений **нет...**

Что из этого следует ? (**д.у.** – полиномиальное уравнение с целыми коэффициентами имеющее целы решения) – **существуют неразрешимые на компьютерах задачи «в целых числах» ... $a^2+b^2=c^2$**

пример «лингвистического» «уравнения» :

(компьютер): (аппаратура) + (программы) = результат + выделение тепла

С точки зрения физики: компьютеры – способны обрабатывать целые числа, выполняя над ними миллиарды **операций** сдвига регистра в секунду,
Логика процесса вычисления - **механистическая (бинарная)** логики процесса **«понимания»** - модельная !!!

Понимание - это модальная логическая функция, в соответствии первой теоремы Геделя о «неполноте» : "Любая непротиворечивая **формальная система** F , в рамках которой может быть выполнено определенное количество элементарной арифметики, является неполной.

Существуют утверждения языка арифметики F , которые не могут быть ни доказаны, ни опровергнуты в F ...но это может сделать «оракул» или внешний наблюдатель («программист»....)

$$a*b = b*a ?$$

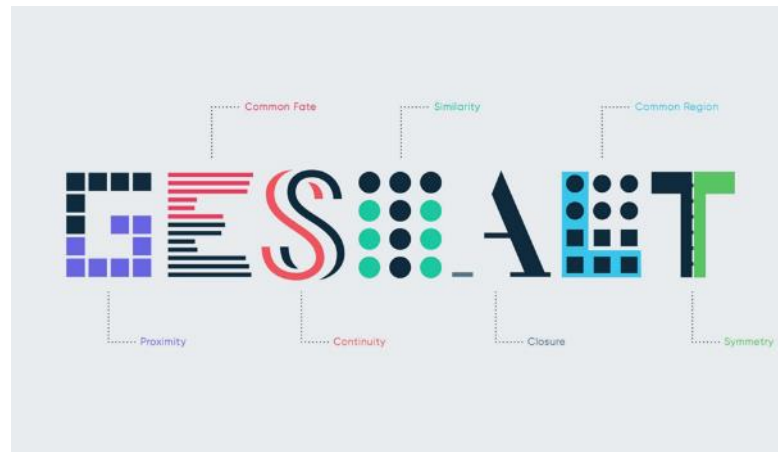
Вычислительные процессы могут быть рассмотрены на нескольких уровнях описания (физика, алгоритм, синтаксис программы, смысл результата)

- на **физическом уровне** вычисления это операции, которые требуют «свободной энергии».
- на алгоритмическом, как описание последовательности вычислительных операций
- на **семантическом уровне**, как объяснение смысла полученных результатов,

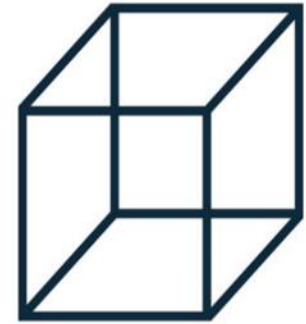
Прямой вычислительный процесс точно реализует логику исполняемой программы, но ... не любому реальному физическому процессу можно сопоставить точное символьное описание.

Цель теоретического минимума компьютерных наук: – построение «наиболее точного» вычислимого символьного описания физической реальности

- Под программным кодом компьютерной системы «находится» не только алгоритм, но много других **слоев реализации процессов** вычислений.
- Компьютерные науки дают целостное (гештальт) описание всех уровней преобразования **кода программы в физические операции**.



ЦЕЛОЕ НЕ ЕСТЬ СОВОКУПНОСТЬ ЧАСТЕЙ



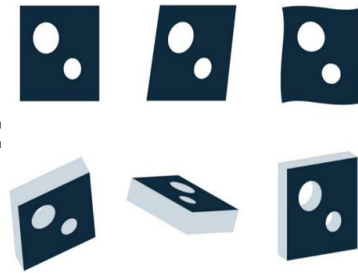
Люди могут распознавать объекты, даже если в их описание у них отсутствуют отдельные части.

Для этого мозг сопоставляет то, что видит в данный момент с **знакомыми шаблонами**, хранящимися в памяти, и «заполняет» имеющиеся пробелы конструкции.

- **трансформация абстрактных понятий в реально существующие феномены:** е результаты трансформации начинают мыслиться как нечто материальное
- воспринимать объекты с разных точек зрения, несмотря на их внешний вид.



Понятие
эквивалентности:
«эмбеddинг»



или сопоставляя абстрактным
моделям реальные материальных
объектов





ДИАЛЕКТИКА IT FROM BIT : ДИСКРЕТНОЕ VS НЕПРЕРЫВНОЕ

Как ответить на вопрос: Почему КН находят гораздо более широкое применение, чем просто вычисления чисел?



+



Сколько будет

A: к 1 кошке и 2 собакам
прибавить

B: 3 кошки и 1 собаку ?

B= 1 кошка и 2 собаки

A= 3 кошки и 1 собака

C= 4 кошки и 3 собаки

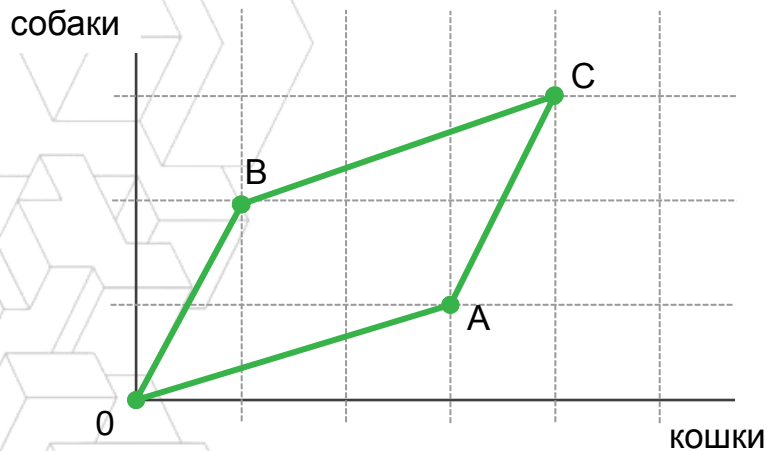
Сколько будет

P: 2 кошки и 1 собакам
увеличить в 3 раза ?

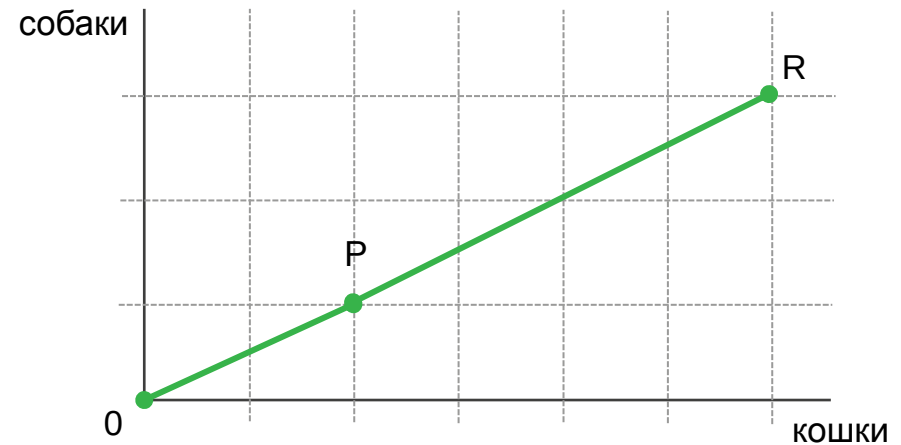
P= 2 кошки и 1 собака

× 3

R= 6 кошек и 3 собаки



Кодирование с помощью векторов операция
- сложение векторов



операция умножение вектора на число

ФОРМАЛЬНО ТРУДНЫЕ ПРОБЛЕМЫ ФИЗИКИЛЕГКО РЕШИТЬ ЧИСЛЕННО. ПОЧЕМУ ?

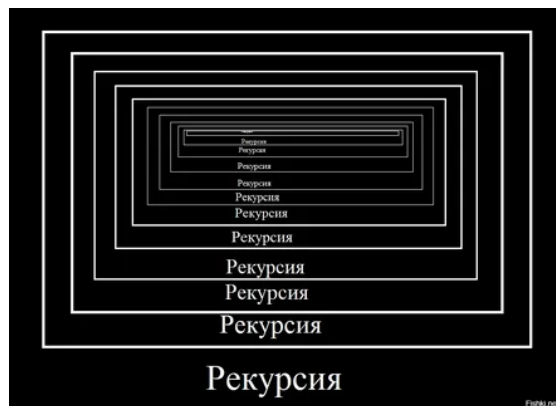
- **Теория сложности** основана на оценках, относящихся к наихудшему случаю, усредненному по разумной совокупности экземпляров (примеров).
- Практика вычислений состоит в том, что трудные проблемы выделить **в особое множество критических ситуаций** и областей.
- Итак, вариация параметра в критической области приводит к **резким изменениям** сложности решаемой проблемы, что напоминает изменения, связанные с фазовыми переходами в физических системах

- Являются ли результаты моделирования разрешимым множеством ?
- Можно ли объяснить результаты моделирования, анализируя полученные данные ?

Разрешимое множество (также, вычислимое) — множество натуральных чисел, для которого существует алгоритм, получающий на вход любое натуральное число и через конечное число шагов завершающийся утверждение, принадлежит ли оно данному множеству $\rightarrow (0,1)$.

Теорема. множество является разрешимым, если его характеристическая функция вычислима.

Теорема. Множество разрешимо тогда и тогда, когда оно и его дополнение **перечислимо**.



← вычислений

мышления →



Рекурсия - есть метод описания (объяснения) ситуации, когда объект (процесс) является частью самого себя:

- Либо во **времени**
- Либо в **пространстве**
- Либо и **там и там**

Механизм примитивной рекурсии лежит в основе иерархической организации всех объектов Природы:

- от наименьших наблюдаемых элементарных частиц до
- живых организмов и видимых скоплений галактик

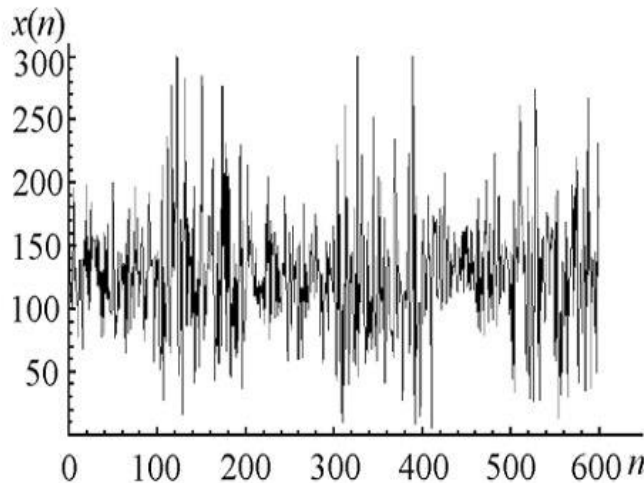


← существования

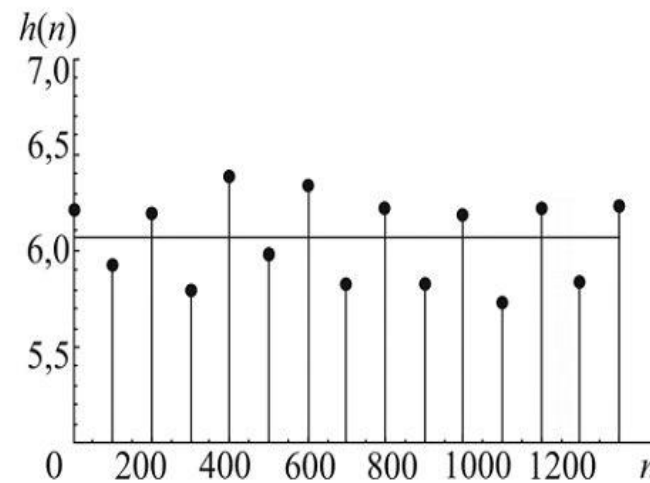


случайность как мера неопределенности можно точно определить, через вероятность, но **нельзя доказать, что данное число является случайным.**

Пример: есть система, которая каждые 100 тактов переключается между несколькими состояниями и порождает сигнал x , характеристики которого изменяются. Можно построить алгоритм распределения сигнала и как вычислить значение информационной энтропии Шеннона



Реализация наблюдаемого процесса на выходе «черного ящика»



Изменения энтропии наблюдаемой переменной на выходе «черного ящика»

Генетический код — форма записи наследственной информации в живой клетке.

Информация зашифрована в виде последовательности нуклеотидов: с матрицы ДНК происходит образование информационной РНК, с использованием которой особые клеточные вычислительные «машины» — рибосомы — «вычисляют» (синтезируют) белки.



СИНТЕЗ, ЧТО ЭТО: МАТЕМАТИКА, ЛИНГВИСТИКИ ИЛИ ХИМИЯ ?

В каждой клетке человека общая длина ДНК составляет ~ 2 м.
внешняя среда «вынуждает» клетку синтезировать те или иные белки для определенных целей.

Для этого можно использовать грамматику генетических кодов, где элементы действуют как контекстно-зависимые переменные и одновременно контекстообразующие операторы (функторы).

генетики полностью расшифровали
геномы более чем 2,5 тыс. человек,
каждый из которых состоит из 3 млрд



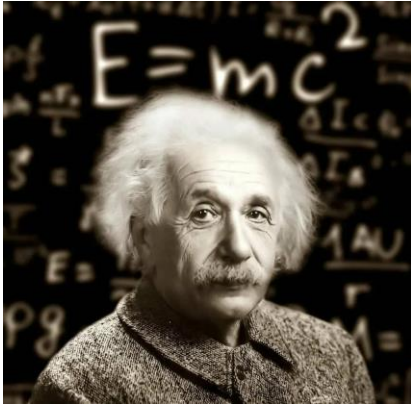
Генетический код

1-е осно- вание	2-е основание				3-е осно- вание
	У(А)	Ц(Г)	А(Т)	Г(Ц)	
У(А)	Фен	Сер	Тир	Цис	У(А)
	Фен	Сер	Тир	Цис	Ц(Г)
	Лей	Сер	—	—	А(Т)
	Лей	Сер	—	Три	Г(Ц)
Ц(Г)	Лей	Про	Гис	Арг	У(А)
	Лей	Про	Гис	Арг	Ц(Г)
	Лей	Про	Гли	Арг	А(Т)
	Лей	Про	Гли	Арг	Г(Ц)
А(Т)	Иле	Тре	Асп	Сер	У(А)
	Иле	Тре	Асп	Сер	Ц(Г)
	Иле	Тре	Лиз	Арг	А(Т)
	Мет	Тре	Лиз	Арг	Г(Ц)
Г(Ц)	Вал	Ала	Асп	Гли	У(А)
	Вал	Ала	Асп	Гли	Ц(Г)
	Вал	Ала	Глу	Гли	А(Т)
	Вал	Ала	Глу	Гли	Г(Ц)

- У геномов высокая насыщенность повторами – это одно из их характерных свойств.
- Повторяющиеся последовательности могут иметь различную длину: от нескольких десятков, до нескольких сот повторов и тысяч п.о. - для мобильных
- Но до сих пор не существует детальной классификации алгоритма построения повторяющейся ДНК , которая синтезирует белок с заданными свойствами .
- Не ясен механизм как ДНК влияет на интеллект ?

НО ОТКРЫТ ОБРАТНЫЙ ЭФФЕКТ ФЛИННА (1934-2020)

- Эффект Дж. Флинна: **каждое последующее поколение умнее предшествующего** и демонстрирует более высокие показатели IQ по шкале Стэнфорда-Бине , которые растут на 3 пункта за каждое десятилетие (1959-2000) .
- **«обратный эффект» 2000-2020** – снижение IQ на 1,5 пункта за каждые 6 лет.
- **Почему:** для человека, живущего в новом «информационном пространстве» характерно: клиповое мышление, прикладной интеллект, умение быстро переключаться между разными задачами и информационными потоками.
- Это все направляет эволюцию человека в направлении снижения его «интеллектуального потенциала», уменьшения объема мозга в целом и запоминаемых данных в частности, но расширяя возможности кооперативной работы.



А. Эйнштейн:

- Абстрактные понятия не могут быть производными от ощущений..... значит it from bit ???

Фундаментальная проблема компьютерных наук :
информационные отношения абстрактных понятий и
свойств физических объектов реального мира.

• Возможное решение:

- создать универсальный язык для представления и обработки информации, так чтобы с его помощью программировать **экзоинтеллектуальную систему**, чтобы она могла не только конкретным образом, сопоставлять абстрактные понятия, но и на основе совокупности абстрактных понятий формировать соответствующие ей возможные образы.
- создать суперкомпьютерную платформу **экзоинтеллектуальной системы**, возможности которой были бы сопоставимы с ресурсами человеческого мозга

- Цикломатическая сложность программного кода — количество линейно независимых маршрутов в программном коде.
- Например, если исходный код не содержит никаких точек ветвления или циклов, то сложность равна единице, поскольку есть только единственный маршрут через код.
- Если код имеет единственный оператор IF, содержащий простое условие, то существует два пути через код: один если условие оператора IF имеет значение TRUE и один — если FALSE.
- Математически цикломатическая сложность структурированной программы^[2] определяется с помощью графа, узлами которого являются блоки программы, соединенные рёбрами, если управление может переходить с одного блока на другой. Тогда сложность определяется как:^[3]
- $M = E - N + 2P$, где M = цикломатическая сложность, E = количество рёбер в графе, N = количество узлов в графе, P = количество компонент связности.



Simplicity is one of the driving idea we should keep in mind at all time when designing a system.

Простота — это одна из движущих идей, которую мы должны всегда помнить при проектировании системы. Проблема: этого действительно трудно достичь

Леонардо да Винчи: «Простота – это высшая утонченность».