

ВШ ИСКУСТВЕННОГО ИНТЕЛЛЕКТА

курс: Введение в профессиональную деятельность

«математика и компьютерные науки»

«математическое обеспечение и администрирование информационных систем»

ЛЕКЦИЯ 6

ТЕМА 2. МАТЕМАТИКА КАК МЕТАФОРА

*ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ МИНИМУМ КОМПЬЮТЕРНЫХ НАУК : ЧИСЛО VS СЛОВО
/ ЯВЛЕНИЯ VS ПРЕДСТАВЛЕНИЯ*

23.10.2025

it from bit - метаформа физической реальности, которой сопоставляется информационная мера

Задача 1. Вычисление решения сформулированной задачи **за конечное время** с использованием алгоритма, исполняемого на компьютере (требования: быстрее, точнее, с меньшими затратами, на основе операций: $+/-, >, =$)

Задача 2. Построение алгоритма (программы), содержащего **конечное число операций**, решения прикладной задачи.

Требование к алгоритму: реификация (ТРАНСФОРМАЦИЯ) **понимания** цели решения задачи в **исполняемый** машинный код , объяснение результата решения, обобщение результатов, анализ физической реализуемости?)

«Классическая» проблема КН:
решение **прямых задач** путем вычисления **«единственного»** решения уравнений, используя алгоритмы (программы), управляющие состоянием **«конечного автомата»**

«Актуальная » проблема КН:
решение обратных задач, которые не имеют единственного решения и...выбор одного (из счетного или даже несчетного множества) из возможных путем **регуляризации** – учета дополнительных ограничений, которые **формально** в задаче **не сформулированы**



НО НЕ ВСЯ ФИЗИЧЕСКАЯ РЕАЛЬНОСТЬ «СЛЕДУЕТ» ЗАКОНУ УВЕЛИЧЕНИЯ ЭНТРОПИИ ?!



В изолированной физической системе энтропия либо **остаётся неизменной**, либо возрастает в неравновесных процессах, достигая максимума при установлении термодинамического равновесия (**закон возрастания энтропии**)

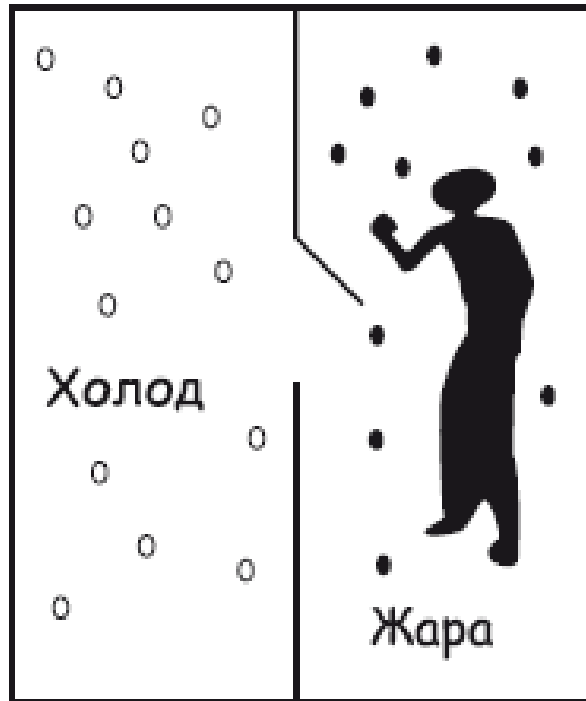
Математика и физика по разному представляет **целостный объект** через единство (непротиворечивость) и обратимость отдельных частей.



Вопрос: почему и как мозг распознает целое быстрее, чем отдельные составляющие, из которых «собирается» объект ?



ЧТО ЖЕ (ИЛИ «КТО») РАБОТАЕТ ПРОТИВ ЭНТРОПИИ ?



Демон Максвелла — это
символ осознания в
бессознательной системе

Логические законы: краеугольный камень
«антиэнтропийного» мышления ?

Информация согласно теории К. Шеннона - **мера уменьшения неопределенности**, непосредственно связанная с передачей сообщения, которое уменьшает **количество равновероятных состояний наблюдаемой системы**. Таким образом, поступление информации (сообщения) в систему – приводит к уменьшению ее энтропии:

$$\Delta I = -\Delta S$$

Соответственно, для системы с конечным количеством состояний (частей) или степеней свободы можно сформулировать новый фундаментальный закон

$$|I| + |S| = \textit{const}$$

Величина константы в этой формуле определяется внутренней структурой рассматриваемой **физической системы**.

Итак: основа физического описания : закон возрастания энтропии
(но так происходит не всегда ?»)

Основа «понимания» мира: закон следования $X \rightarrow Y$ (из X следует Y)

$\neg$, $\wedge$, $\vee$, $\rightarrow$ - СИМВОЛЫ-СВЯЗКИ: «отрицания», «и», «или», «следования»

Понимание подразумевает, что между X и Y есть логическая СВЯЗЬ
(импликация), то есть:

что X является **достаточным** для Y (X **ВЛЕЧЕТ** Y),

что Y является **необходимым** для X (Y **ВЫТЕКАЕТ** из X).

логический «закон»:

если X истинно, то ОБЯЗАТЕЛЬНО должно быть истинным Y :

НЕВОЗМОЖНО, чтобы X было истинным, а Y ложным.

(но высказывание «формирует» человек и так происходит не всегда ?)

Конструкция AND возвращает 1 (истина) когда оба входных операнда равны 1, во всех остальных случаях возвращается 0 (ложь).

Примеры:

$$1 \text{ AND } 1 = 1$$

$$1 \text{ AND } 0 = 0$$

$$0 \text{ AND } 1 = 0$$

$$0 \text{ AND } 0 = 0$$

Конструкция NOT возвращает обратное значение операнда.

Примеры:

$$\text{NOT } 1 = 0$$

$$\text{NOT } 0 = 1$$

Конструкция OR возвращает 1 (истина) когда один из входных операндов равен 1, в случае когда оба операнда равны нулю возвращается 0 (ложь).

Примеры:

$$1 \text{ OR } 1 = 1$$

$$1 \text{ OR } 0 = 1$$

$$0 \text{ OR } 1 = 1$$

$$0 \text{ OR } 0 = 0$$

Закон исключения третьего:

Из двух противоречащих суждений одно истинно, другое ложно, а третьего не дано.

$$A \vee \bar{A} = 1$$

принцип исключения третьего: среди двух высказываний, одно из которых является отрицанием другого, всегда имеется истинное высказывание



ПОЛИТЕХ

УТВЕРЖДЕНИЯ В ЛОГИКЕ ВЫСКАЗЫВАНИЙ (ЛВ) ПРЕДСТАВЛЯЮТСЯ ФОРМУЛАМИ.

- из ложности **отрицания** некоторого суждения нельзя делать вывод об **истинности** этого суждения

Закон асимметрии истины и лжи..

Формула: *“Если есть солнце и нет ветра, то будет жара”*.

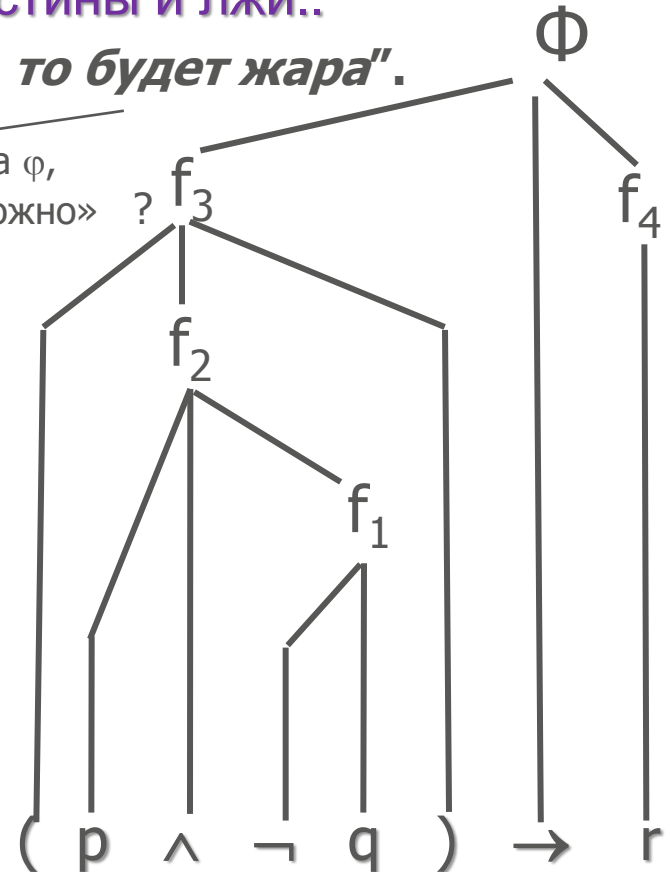
$\Phi = (p \wedge \neg q) \rightarrow r$

Истина ли формула Φ ,
если p «истина», а q «ложно»

$\varphi ::= p \mid \neg \varphi \mid (\varphi \vee \varphi) \mid (\varphi)$

- «Атом» в формуле ЛВ представляет конкретный факт.
- Факт может быть или его может не быть в реальности.

$\Phi = 1$ (истина) на интерпретации
 $\langle p=1, q=0, r=1 \rangle$





ПАРАДОКСЫ ЛОГИЧЕСКОГО СЛЕДОВАНИЯ

Итак, имеет место неадекватность формулы $A \rightarrow B$ (или $A \supset B$) для выражения отношения "А влечет В", **когда факты А и В друг с другом не связаны.**

Поэтому в отношение **логического следования фактов А и В** необходимо добавить отношения "возможно" и "необходимо":

$$'A \text{ логически влечет } B' \equiv 'A \rightarrow B'$$

при условии, что

истинность В и ложность А вместе сосуществовать не могут.

A	B	$A \rightarrow B$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

НЕВОЗМОЖНО!



ПОЛИТЕХ

ЛОГИКА РЕАЛЬНОСТИ: МОДАЛЬНОСТИ НЕОБХОДИМОСТИ И ВОЗМОЖНОСТИ

Грамматика «логики высказываний» (ЛВ):

$$\varphi ::= p \mid \neg\varphi \mid (\varphi \vee \varphi)$$

Пример формулы ЛВ:
 $(p \wedge \neg q) \rightarrow r$

Грамматика «модальной логики» (МЛ):

$$\varphi ::= p \mid \neg\varphi \mid (\varphi \vee \varphi) \mid []\varphi$$

Примеры формул МЛ:

$$[]p \rightarrow \Diamond q, []p \rightarrow [][]p$$

$[]$ – «необходимо»

$\Diamond$ – «ВОЗМОЖНО»

Если p «необходимо», то q – «возможно»

Модальная логика – это множество формул, в котором кроме **логических** связок $\wedge, \vee, \neg, \rightarrow$ и т.п., есть **две новые связки**: **модальности** $[]$ и $\Diamond$.

Утверждения в ЛВ и МЛ представляются формулами.

$$\Phi = (p_1 \wedge \neg p_2) \rightarrow p_3$$

Формула Φ классической логики высказываний принимает значение 'И' либо 'Л' на конкретной интерпретации – модели окружающего мира, на конкретном наборе 'И' либо 'Л' значений атомов. (*"Если солнце и нет ветра, то будет жара"*).

$$F = [](p_1 \rightarrow \Diamond p_2)$$

Значение И/Л **модальной формулы** F зависит не только от истинностных значений входящих атомов, но и **от контекста.**

А число контекстов **бесконечно!**

Атом в логической формуле представляет конкретный факт. Если $p=И$, то соответствующий факт имеет место (**истинен**).

$[]\varphi \rightarrow \varphi$ из «необходимо» φ следует φ

В области **знаний** (**эпистемическая** логика (логика знаний)):

ДА!

– Если я **знаю**, что Саша любит Машу, то Саша любит Машу.

для эпистемической логики это **аксиома**

В области **времени** (**темпоральная** логика (логика времени)):

ДА!

– Если я **всегда** буду любить Катю, то я **и сейчас** люблю Катю.

для темпоральной логики это **аксиома** (будущее включает настоящее)

В области **законов и норм** (**деонтическая** логика):

НЕТ !

– Если студенты **обязаны** посещать лекции, то они посещают лекции

для деонтической логики это **НЕ аксиома** (истинность формулы не может зависеть от хотелок студентов!).



ПОЛИТЕХ

ПРОВЕРКА ИСТИННОСТИ МОДАЛЬНОЙ ФОРМУЛЫ

Как проверить выполнимость модальной формулы?

$$F = \Diamond[] p \wedge \Diamond q$$

Для определения истинности F нужно определить истинности модальных формул $[]p$ и $\Diamond q$.

Как определить истинностное значение формулы $[]\phi$, если истинностное значение формулы ϕ известно?

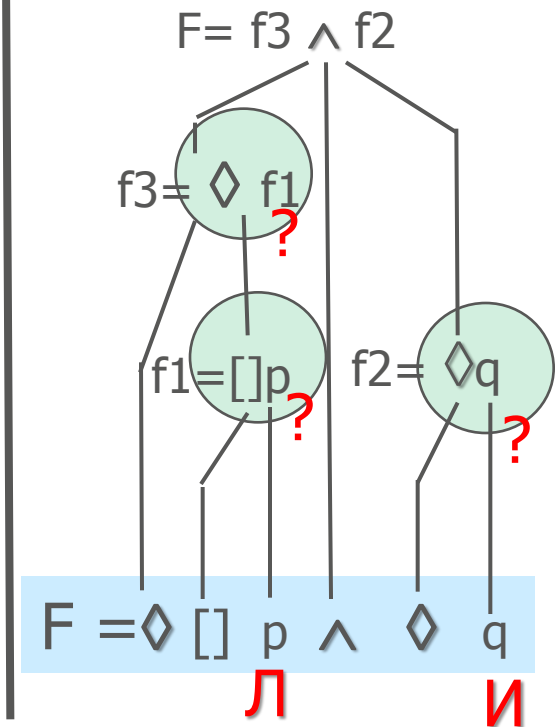
Истинностное значение модальных формул

$$[]p \text{ и } \Diamond q$$

зависит не только от истинностных значений атомов, но и от ситуации, от КОНТЕКСТА.

Но ситуации разные и их бесконечное число!

Структура формулы F
(синтаксическое дерево)

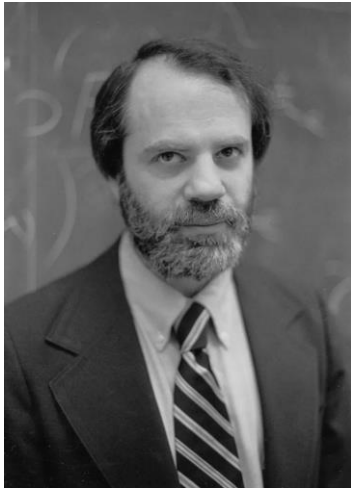




ПОЛИТЕХ

«Картина мира» Лейбница как множество «возможные миры»

Понятие «возможные миры» восходит к Г. Лейбницу:



С. Крипке
1940-1922

*"Все существующее в мире можно рассматривать как **реализацию** актуализированной сейчас одной из бесчисленного **множества мыслимых возможностей**"*

«возможное состояние (возможная история) мира» это «контрфактическая ситуация», описываемая формулами модальной логики



1646-1716

Лейбниц считал, что **мыслимые** Богом **возможные миры**, согласованы с "истинами разума", законами математики и логики, лежащими в основе всего мироздания.

Поэтому **законы логики и математики** выполняются во всех возможных мирах. Обычные же факты выполняются только в некоторых возможных мирах.

Имеется две модальности для характеристики истины :

- ***необходимость***
- ***возможность:***

“необходимая истина” выполняется **во всех возможных** мирах
(*истина разума*),

“возможная истина” выполняется **в некоторых возможных** мирах
(*“истина случайного факта”*).

Итак:

- Все существующее в мире можно рассматривать как реализацию актуализированной сейчас одной из бесчисленного множества мыслимых возможностей
- Значение И/Л **модальной формулы** F зависит не только от истинностных значений входящих атомов, но и **от контекста.**
- **Множество контекстов бесконечно**