

ВШ ИСКУСТВЕННОГО ИНТЕЛЛЕКТА

курс: Введение в профессиональную деятельность

«математика и компьютерные науки»

«математическое обеспечение и администрирование информационных систем

## ЛЕКЦИЯ 4

МОДАЛЬНАЯ ЛОГИКА ФИЗИЧЕСКОЙ РЕАЛЬНОСТИ

16.10.2025

**it from bit** - метаформа физической реальности, которой сопоставляется информационная мера

**Задача 1.** Вычисление решения сформулированной задачи **за конечное время** с использованием алгоритма, исполняемого на компьютере (требования: быстрее, точнее, с меньшими затратами, на основе операций:  $+/-,>, =$ )

**Задача 2.** Построение алгоритма (программы), содержащего **конечное число операций**, решения прикладной задачи.

Требование к **алгоритму**: реификация (ТРАНСФОРМАЦИЯ) **понимания** цели решения задачи в **исполняемый** машинный код, объяснение результата решения, обобщение результатов, анализ физической реализуемости ....? )

**«Классическая» проблема КН:**  
**решение прямых задач** путем вычисления **«единственного»** решения уравнений, используя алгоритмы (программы), управляющие состоянием **«конечного»** автомата»

**«Актуальная » проблема КН:**  
**решение обратных задач**, которые не имеют единственного решения и... выбор одного ( из счетного или даже несчетного множества) из возможных путем **регуляризации** – учета дополнительных ограничений, которые **формально** в задаче **не сформулированы**



## НО НЕ ВСЯ ФИЗИЧЕСКАЯ РЕАЛЬНОСТЬ «СЛЕДУЕТ» ЗАКОНУ УВЕЛИЧЕНИЯ ЭНТРОПИИ ?!



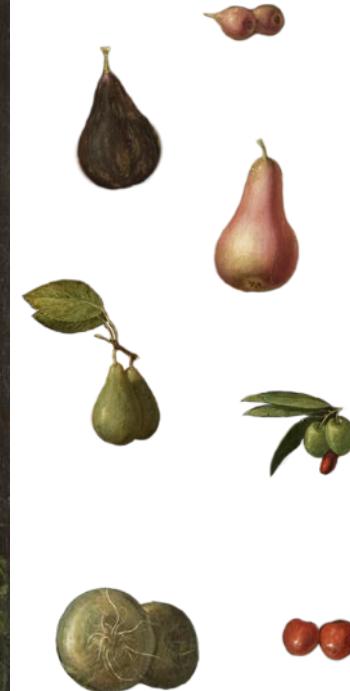
В изолированной физической системе энтропия либо **остаётся неизменной**, либо возрастает в неравновесных процессах, достигая максимума при установлении термодинамического равновесия (**закон возрастания энтропии**)

## ОПИСАНИЕ ЦЕЛОСТНОГО ЧЕРЕЗ СОСТАВЛЯЮЩИЕ.

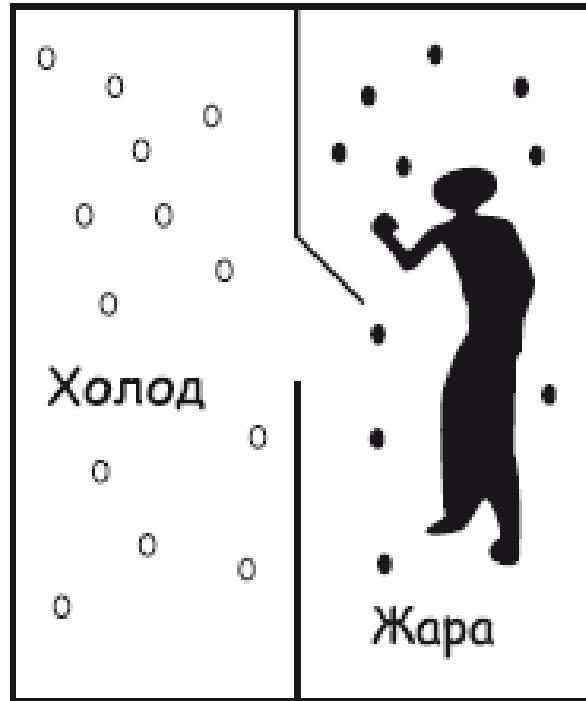
Математика и физика по разному представляет **целостный объект** через единство (непротиворечивость) и обратимость отдельных частей.



Вопрос: почему и как мозг распознает целое быстрее, чем отдельные составляющие, из которых «собирается» объект ?



# ЧТО ЖЕ ( ИЛИ «КТО») РАБОТАЕТ ПРОТИВ ЭНТРОПИИ ?



Демон Максвелла — это  
символ осознания в  
бессознательной системе

Логические законы: краеугольный камень  
«антиэнтропийного» мышления ?

Информация согласно теории К. Шеннона - **мера уменьшения неопределенности**, непосредственно связанная с передачей сообщения, которое уменьшает **количество равновероятных состояний наблюдаемой системы**. Таким образом, поступление информации (сообщения) в систему – приводит к уменьшению ее энтропии:

$$\Delta I = -\Delta S$$

Соответственно, для системы с конечным количеством состояний (частей) или степеней свободы можно сформулировать новый фундаментальный закон

$$|I| + |S| = \text{const}$$

Величина константы в этой формуле определяется внутренней структурой рассматриваемой **физической системы**.

**Итак: основа физического описания : закон возрастания энтропии  
(но так происходит не всегда ?)**

**Основа «понимания» мира: закон следования  $X \rightarrow Y$  ( из X следует Y )**

$\neg, \wedge, \vee, \rightarrow$  - **СИМВОЛЫ-СВЯЗКИ:** «отрицания», «и», «или», «следования»

**Понимание подразумевает**, что между X и Y **есть логическая связь**  
**(импликация), то есть:**

что X является **достаточным** для Y ('X ВЛЕЧЕТ Y'),

что Y является **необходимым** для X (Y ВЫТЕКАЕТ из X).

логический «закон»:

если X истинно, то ОБЯЗАТЕЛЬНО должно быть истинным Y:

**НЕВОЗМОЖНО, чтобы X было истинным, а Y ложным.**

**(но высказывание «формирует» человек и так происходит не всегда ?)**



**Конструкция AND** возвращает 1 (истина) когда оба входных операнда равны 1, во всех остальных случаях возвращается 0 (ложь).

Примеры:

$$1 \text{ AND } 1 = 1$$

$$1 \text{ AND } 0 = 0$$

$$0 \text{ AND } 1 = 0$$

$$0 \text{ AND } 0 = 0$$

**Конструкция NOT** возвращает обратное значение операнда.

Примеры:

$$\text{NOT } 1 = 0$$

$$\text{NOT } 0 = 1$$

**Конструкция OR** возвращает 1 (истина) когда один из входных operandов равен 1, в случае когда оба равны нулю 0 (ложь).

Примеры:

$$1 \text{ OR } 1 = 1$$

$$1 \text{ OR } 0 = 1$$

$$0 \text{ OR } 1 = 1$$

$$0 \text{ OR } 0 = 0$$

### Закон исключения третьего:

*Из двух противоречащих суждений одно истинно, другое ложно, а третьего не дано.*

$$A \vee \bar{A} = 1$$

**принцип исключения третьего:** среди двух высказываний, одно из которых является отрицанием другого, всегда имеется истинное высказывание

- из ложности отрицания некоторого суждения нельзя делать вывод об истинности этого суждения

**Закон ассиметрии истины и лжи..**

**Формула: "Если есть солнце и нет ветра, то будет жара".**

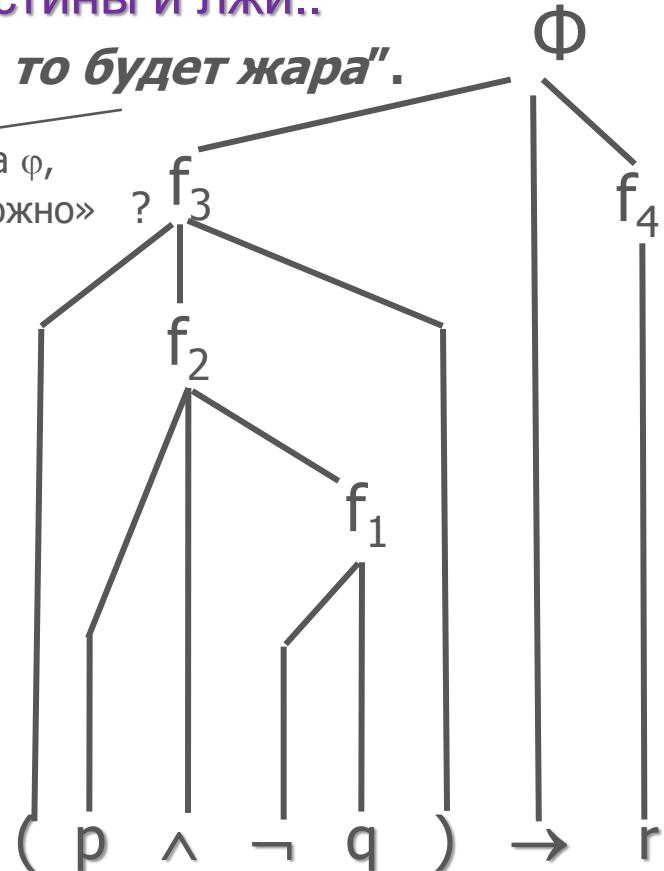
$$\Phi = (p \wedge \neg q) \rightarrow r$$

Истина ли формула  $\Phi$ ,  
если  $p$  «истина», а  $q$  «ложно»

$$\varphi ::= p \mid \neg\varphi \mid (\varphi \vee \varphi) \mid (\varphi)$$

- «Атом» в формуле ЛВ представляет конкретный факт.
- Факт может быть или его может не быть в реальности.

$\Phi = 1$  (истина) на интерпретации  
 $\langle p=1, q=0, r=1 \rangle$



Итак, имеет место неадекватность формулы  $A \rightarrow B$  (или  $A \supset B$ ) для выражения отношения “*А влечет В*”, когда факты **А и В друг с другом не связаны**.

Поэтому в отношение **логического следования фактов А и В необходимо добавить отношения “возможно” и “необходимо”**:

‘*А логически влечет В*’  $\equiv$  ‘ $A \rightarrow\exists\cdot B$ ’

| A | B | $A \rightarrow B$ |
|---|---|-------------------|
| 0 | 0 | 1                 |
| 0 | 1 | 1                 |
| 1 | 0 | 0                 |
| 1 | 1 | 1                 |

при условии, что

**истинность В и ложность А вместе  
существовать не могут.**

**невозможно!**

Грамматика «логики высказываний» (ЛВ):

$$\varphi ::= p \mid \neg\varphi \mid (\varphi \vee \varphi)$$

Пример формулы ЛВ:  
 $(p \wedge \neg q) \rightarrow r$

Грамматика «модальной логики» (МЛ):

$$\varphi ::= p \mid \neg\varphi \mid (\varphi \vee \varphi) \mid [] \varphi$$

Примеры формул МЛ:  
 $[]p \rightarrow \Diamond q, []p \rightarrow [][]p$

$[]$  – «необходимо»

$\Diamond$  – «возможно»

Если  $p$  «необходимо», то  $q$  – «возможно»

Модальная логика – это множество формул, в котором кроме **логических связок**  $\wedge, \vee, \neg, \rightarrow$  и т.п., есть **две новые связки: модальности**  $[]$  и  $\Diamond$ .

## Утверждения в ЛВ и МЛ представляются формулами.

$$\Phi = (p_1 \wedge \neg p_2) \rightarrow p_3$$

Формула  $\Phi$  классической логики высказываний принимает значение 'И' либо 'Л' на конкретной интерпретации – модели окружающего мира, на конкретном наборе 'И' либо 'Л' значений атомов. ("Если солнце и нет ветра, то будет жара").

$$F = [](p_1 \rightarrow \Diamond p_2)$$

Значение И/Л **модальной формулы**  $F$  зависит не только от истинностных значений входящих атомов, но и **от контекста.**

А число контекстов бесконечно!

Атом в логической формуле представляет конкретный факт.  
Если  $p=И$ , то соответствующий факт имеет место (**истинен**).

$[]\varphi \rightarrow \varphi$       из «необходимо»  $\varphi$  следует  $\varphi$

В области знаний (эпистемическая логика (логика знаний)):

ДА!

- Если я *знаю*, что Саша любит Машу, то Саша любит Машу.

для эпистемической логики это *аксиома*

В области времени (температуральная логика (логика времени)):

ДА!

- Если я *всегда* буду любить Катю, то я *и сейчас* люблю Катю.

для темпоральной логики это *аксиома* (*будущее включает настоящее*)

В области законов и норм (деонтическая логика):

НЕТ !

- Если студенты *обязаны* посещать лекции, то они посещают лекции

для деонтической логики это *НЕ аксиома (истинность формулы не может зависеть от хотелок студентов!)*.



# ПРОВЕРКА ИСТИННОСТИ МОДАЛЬНОЙ ФОРМУЛЫ

Как проверить выполнимость модальной формулы?

$$F = \Diamond[] p \wedge \Diamond q$$

Для определения истинности  $F$  нужно определить истинности модальных формул  $[]p$  и  $\Diamond q$ .

Как определить истинностное значение формулы  $[]\phi$ , если истинностное значение формулы  $\phi$  известно?

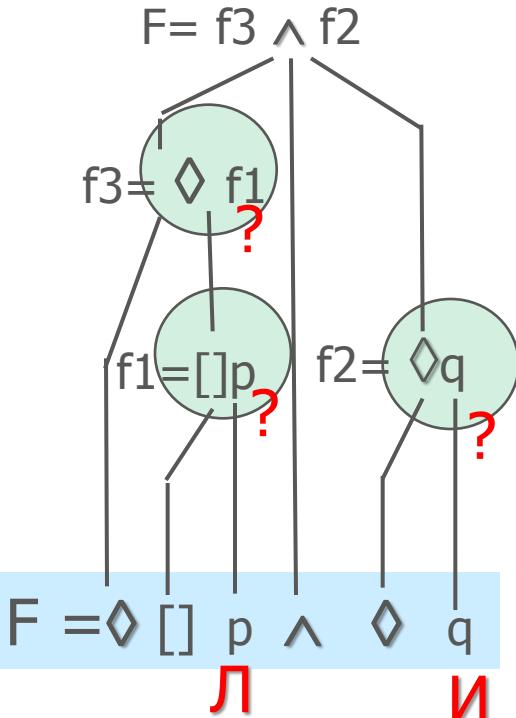
Истинностное значение модальных формул

$$[]p \quad \text{и} \quad \Diamond q$$

зависит не только от истинностных значений атомов, но и от ситуации, от КОНТЕКСТА.

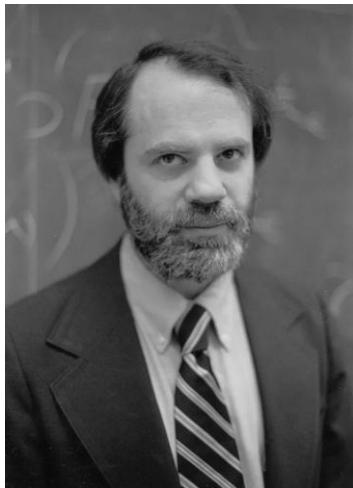
**Но ситуации разные и их бесконечное число!**

Структура формулы  $F$   
(синтаксическое дерево)



## «Картина мира» Лейбница как множество «возможные миры»

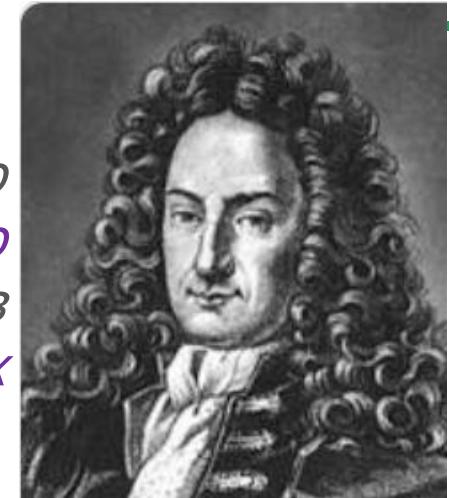
Понятие «возможные миры» восходит к Г. Лейбничу:



С. Кripке  
1940-1922

*"Все существующее в мире можно рассматривать как реализацию актуализированной сейчас одной из бесчисленного множества мыслимых возможностей"*

*«возможное состояние (возможная история) мира» это «контрфактическая ситуация», описываемая формулами модальной логики*



**1646-1716**

Лейбниц считал, что **мыслимые** Богом **возможные миры**, согласованы с **“истинами разума”**, законами математики и логики, лежащими в основе всего мироздания.

Поэтому **законы логики и математики** выполняются во всех возможных мирах. Обычные же факты выполняются только в некоторых возможных мирах.

*Имеется две модальности для характеристики истины:*

- **необходимость**
- **возможность:**

**“необходимая истина”** выполняется **во всех возможных** мирах  
*(истина разума),*

**“возможная истина”** выполняется **в некоторых возможных** мирах  
*(“истина случайного факта”).*

Итак:

- Все существующее в мире можно рассматривать как реализацию актуализированной сейчас одной из бесчисленного множества мыслимых возможностей
- Значение И/Л **модальной формулы  $F$**  зависит не только от истинностных значений входящих атомов, но и **от контекста.**
- **Множество контекстом бесконечно**