

**ИНСТИТУТ КОМПЬЮТЕРНЫХ НАУК И ТЕХНОЛОГИЙ
ВШ ИСКУССТВЕННОГО ИНТЕЛЛЕКТА**

курс: Введение в профессиональную деятельность

**ТЕМА 2. МАТЕМАТИКА КАК МЕТАФОРА (ЯВЛЕНИЯ VS
ПРЕДСТАВЛЕНИЯ)**

**ЛЕКЦИЯ 6 : ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ МИНИМУМ
КОМПЬЮТЕРНЫХ НАУК (3) - *ДОКАЗАТЕЛЬСТВО
ИСТИННОСТИ + ЗНАТЬ И ПОНИМАТЬ*): ИНТУИЦИЯ И
*ПАРАДОКСЫ***

14.03.2024



СОДЕРЖАНИЕ

- О чем говорили и что обсуждали на прошлой лекции № 5
- Комментарии к первому заданию «ЭНМФ» и уточнение задания 2.
- Введение к лекции № 6
- «Теоретический минимум» в терминах »знать» и «понимать»
- Заключение



КОММЕНТАРИИ К ПЕРСОНАЛЬНЫМ КОНТРОЛЬНЫМ ЗАДАНИЯМ

- Экспериментальное наблюдение математических фактов : «золотое сечение», числа для счета, числа как мера (срок сдачи **3.03.2024**)
- Информация как атрибут реальности: it from bit (срок сдачи **4.04.2024**)
- «Мое» понимание будущей профессиональной деятельности (5.05.2024)



ЗАДАНИЕ 1 (АНАЛИЗ ВЫПОЛНЕНИЯ НА 14.03)

Место размещения dl.spbstu.ru

Тематика: Экспериментальное наблюдение математических фактов : «золотое сечение», числа для счета, числа как мера (срок сдачи **3.03.2024**)

1. Введение в профессиональную деятельность

- 166 - ЗАПИСАНО СТУДЕНТОВ
- 0 - СТУДЕНТОВ ЗАВЕРШИЛО
- 79 - В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ
- 87 - ПРИСТУПИЛИ

- Общая оценка работ:
 - все презентации проверены и даны рекомендации

После доработки презентации загрузить до 21.03



КОММЕНТАРИИ К ПРЕЗЕНТАЦИИ «ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ НАБЛЮДЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ФАКТОВ» (ОПЕРАЦИЯ ОБРАЗОВАНИ «ГРУППЫ»)

Под **математическим фактом** следует понимать числа, выражения, формулы, корни уравнения, свойства математических **операций**, отношения, используемые в алгебре, геометрии, математическом анализе, топологии....

Реальность:
«носитель»
наблюдаемых
объекты



абстрагирование

математические

понятия

число 13,
треугольник,
функция

операции

$$\begin{pmatrix} A^T = A \\ A * A = A \end{pmatrix} \quad \begin{matrix} \text{У-нарные} \\ n = 1 \end{matrix}$$

$$\begin{pmatrix} (A * B) * C = A * (B * C) \\ A * E = E * A = A \\ A^{-1} * A = A * A^{-1} = E \end{pmatrix} \quad \begin{matrix} \text{Би-нарные} \\ n = 2 \end{matrix}$$

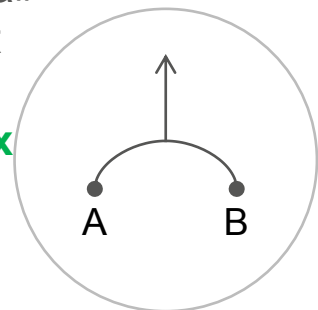
...

$$((A, B, C) = (A * [B * C])) \quad \begin{matrix} n\text{-арные} \\ n > 2 \end{matrix}$$

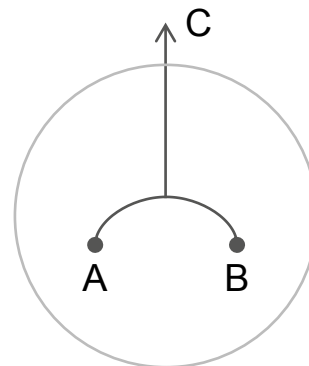
множества

$$\begin{pmatrix} A, Q, \dots, Z \\ \text{числа функции выражения} \end{pmatrix}$$

Математическую «группу» непосредственно наблюдать нельзя, но «она» существует как **«носитель» определенных операций**



замкнутые операции



незамкнутые операции

Математическую группу образуют только замкнутые операции



ЗАДАНИЕ 2

Тематика: **Информация как атрибут реальности: it from bit (срок сдачи 4.04.2024)**

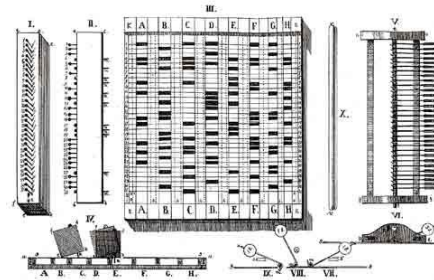
Рекомендуемые источники:

- В. Босс: «Интуиция и математика», М., 2003
- А.Н. Колмогорова «Три подхода к определению понятия «количество информации», 1965
- В.А. Успенский «Становление алгоритмической теории информации в России», 2015
- А. П. Ершов Основы информатики и вычислительной техники. Части 1, 2. , 1985
- К. Поппер «Предложения и опровержения: рост научного знания», 2004
- Дж. Прескилл «Квантовая информация и квантовые вычисления» , 2011.



ЧТО БЫЛО НА ЛЕКЦИИ 5: ОБСУЖДАЛИ ИЗОБРЕТЕНИЯ «МАШИН» ВЫЧИСЛЕНИЙ И МОДЕЛИРОВАНИЯ МЫСЛИТЕЛЬНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

- Изобретенные Готфрид Лейбниц механический калькулятор. Семена Николаевича Корсакова (1787-1853). Механическая машина позволяют находить, сравнивать и классифицировать множества информационных **записей (идей)** по набору многочисленных признаков (деталей), позволяя находить:

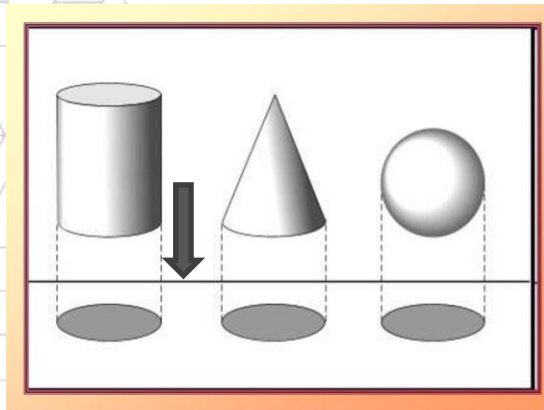


- 1) **все соответствия**, которые есть у сравниваемых **идей** при их соприкосновении;
- 2) **все то, что находится в заданной идее**, но отсутствует в той **идее**, с которой ее сравнивают, в сей момент;
- 3) **все то, что отсутствует в заданной идее**, но есть в той идее, с которой ее сравнивают;
- 4) **все то, чего нет ни у одной, ни у другой идеи**, но есть у других идей из той же таблицы



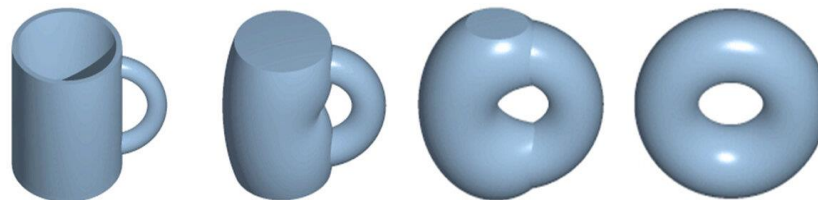
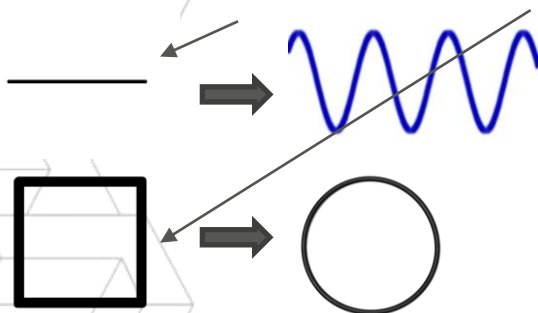
НА ЛЕКЦИИ 5: РАССМОТРЕЛИ ПОДХОДЫ К ОПИСАНИЮ РЕАЛЬНОСТИ:

Эрлангенская программа Ф. Клейна: **Свойства реальности выражаются через преобразованиями, которые можно делать с объектами этой реальности, но так, чтобы сохранялись их «базовые» свойства.**



В топологии или геометрии на «резиновой поверхности» разрешены любые деформации объектов, но без разрывов и пересечений:

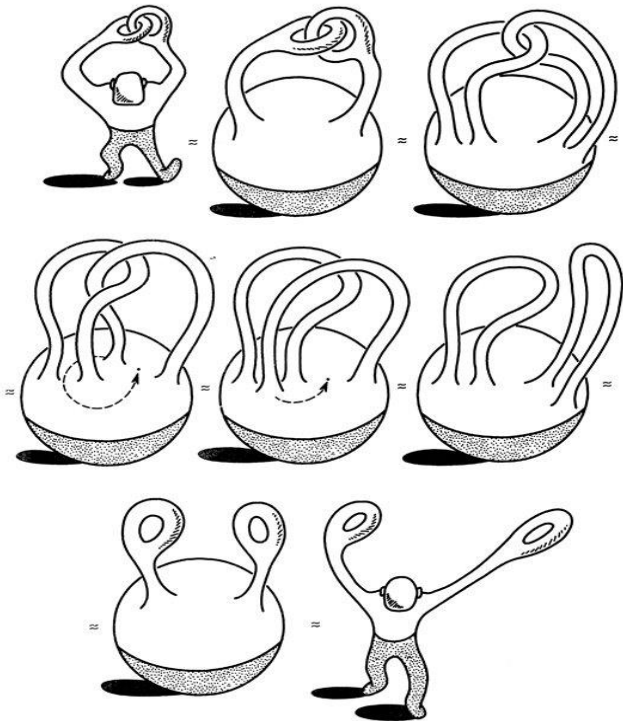
(геом.свойства «прямоть» и «квадратность» не сохраняются)



Инвариантные «топологические» свойства реальности: «дырка», «край»...



НА ЛЕКЦИИ 5: ОБСУДИЛИ ПОНЯТИЯ «НЕПРЕРЫВНОСТЬ VS ДИСКРЕТНОСТЬ»



Непрерывность преобразований (деформаций) дискретных объекта в «обе стороны» => равенство

Требуется различать: эквивалентность, подобие, конгруэнтность

Пример: Любое счетное множество можно определить как множество, эквивалентное множеству натуральных чисел

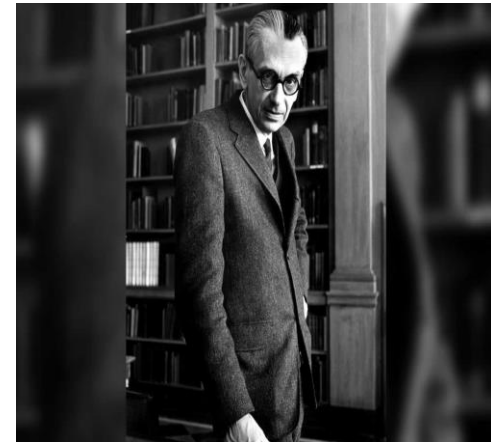


И УСТАНОВИЛИ, ЧТО «ВОЗМОЖНОСТИ АРИФМЕТИЧЕСКИХ ВЫЧИСЛЕНИЙ ОГРАНИЧЕНЫ»

Первая теорема Геделя утверждает, если формальная арифметика непротиворечива, то в ней существует невыводимая и неопровержимая формула.

Вторая теорема Геделя утверждает, если формальная арифметика непротиворечива, то в ней не выводима формула, содержательно доказывающая непротиворечивость этой арифметики

С точки зрения компьютерных наук: любой набор аксиом (машинных команд), который может реализовать компьютер, будет неизбежно неполным.





ВВЕДЕНИЕ К ЛЕКЦИИ 6. ЧТО «ЗАЩИЩАЕТ» КОМПЬЮТЕРНЫЕ НАУКИ ОТ «ТЕОРЕМ ГЕДЕЛЯ»

1) теорема Левингейма-Сколема:

- каждая **бесконечная модель счётной сигнатуры имеет счётную (не рекурсивную) подмодель**

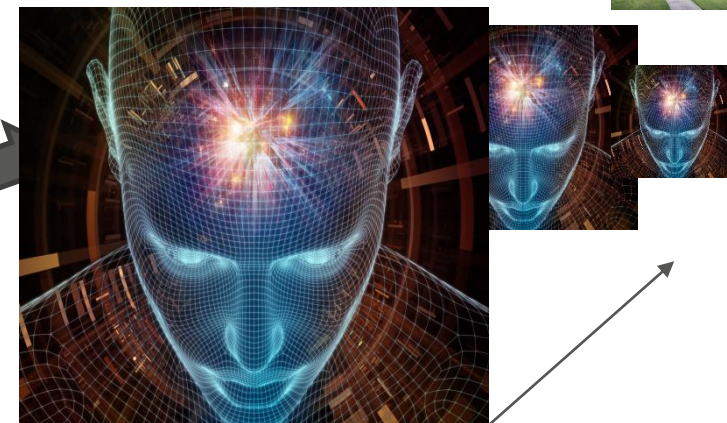
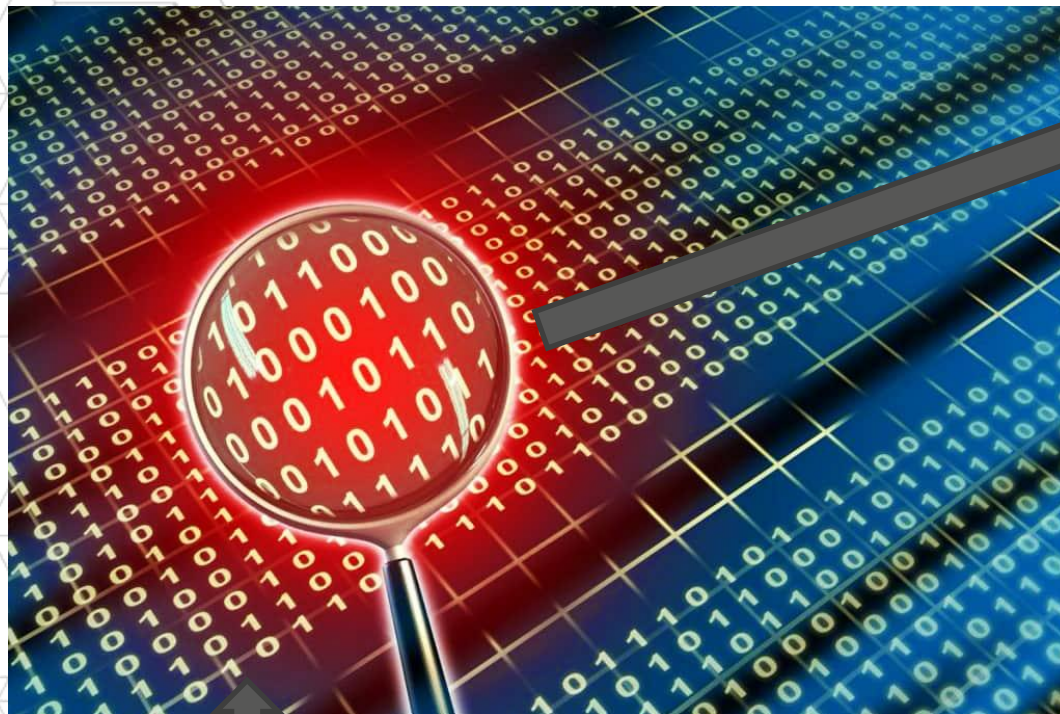
(сигнатура - описание функции, включающее имя функции, перечень формальных параметров с их типами и тип возвращаемого значения)

2) Счетно-индуктивный механизм «искусственного интеллекта» С. Н. Корсакова и его развития в направлении **«самореферентных открытых когнитивных вычислений»**

- **Гипотеза (пока не доказана) : числа и слова находятся в отношении рекурсии счетно-бесконечных отличительных признаков – мультимодальных дескрипторов реальных объектов (пример рекурсии: трансформер GPT4...)**



КОГНИТИВНЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ: «ЦИФРОВОЙ КОД» МНОЖЕСТВА СМЫСЛОВ



Цифровой код результата: однородное, делимое ... пространство - носитель операций сложения и «**равенства**», основанного на цифровой мере

Когнитивное пространство поиска объяснения и ИЛИ МНОЖЕСТВО СМЫСЛОВ:

глубинный, конкретный, глубокий смысл, внутренний, сокровенный, скрытый, философский смысл, новый смысл



ИНСТРУМЕНТЫ ПОВЫШЕНИЯ «ОСТРОТЫ» ЕГО ИНТЕЛЛЕКТА

- Для интеллекта человека характерны две ключевые модальности - «знать и понимать»
 - **Знать** – это функция **памяти**, которая позволяет хранить данные. Эту функцию можно передать компьютерным системам.
 - **Понимать** – это функция **выявления** связей, **интерпретации** зависимостей, **осознания** или **вычисления причин**.
- **Искусственный Интеллект** может дополнить функции интеллекта человека средствами хранения и обработки данных, также как очки повышают остроту зрения, но не **заменяют функцию зрения**.
- **Системы ИИ** смогут выполнять роль **«интерфейса»** между
 - «природой», следующей законам физики + «миром людей», наделенных знаниями и **способностью понимать**
 - и «миром машин», способных **хранить, обрабатывать и агрегировать** огромные объемы данных





ЧИСЛА И СЛОВА - БАЗИС КОГНИТИВНЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ «ИДЕЙ» И «СМЫСЛОВ»

С. Н. Корсаков:

*«Начертание нового способа исследования при помощи машин, сравнивающих идеи»
С.-Петербург, 13 сентября 1832 г*

(предмет идеоскоп - устройство вычисления подмножеств $\{H_i\}$ (базиса понятий) множества понятий Z , такое, что элементов признаков подмножеств H_i нет у элементов любых других подмножества V . Итого: идеоскоп это вычислитель не чисел, а фактор-множества признаков $H=Z/V$.

Концепция «интеллектуальных машин» : Определение совпадающих и несовпадающих признаков сравниваемых или вычисляемых объектов (построения фактор-множеств - классов эквивалентности)

Фундаментальная проблема: сложность вычисления фактор-множеств экспоненциальная относительно мощности множества понятий (например: сложность алгоритмов $P=NP$, найти все числовые подмножества, некоторого множества, сумма элементов которых равна N)



МОДЕЛИ РЕАЛЬНОСТЬ: ТОЧНОСТЬ VS ОБЪЯСНИМОСТЬ

- "Само по себе наличие математического аппарата никак не придает точности и достоверности научному исследованию. С помощью этого аппарата исследуется не само явление, а его математическая модель, которая может быть как удачной, так и неудачной ...не объясняющей явления.



Е. С. Вентцель (И. Грекова)
математик, теоретик артиллерии

Пример: математическое равенство инертной и гравитационной массы тела получил название «принцип эквивалентности» движения в гравитационном поле и в равноускоренной системе. Однако, понимания физики этого феномена нет.



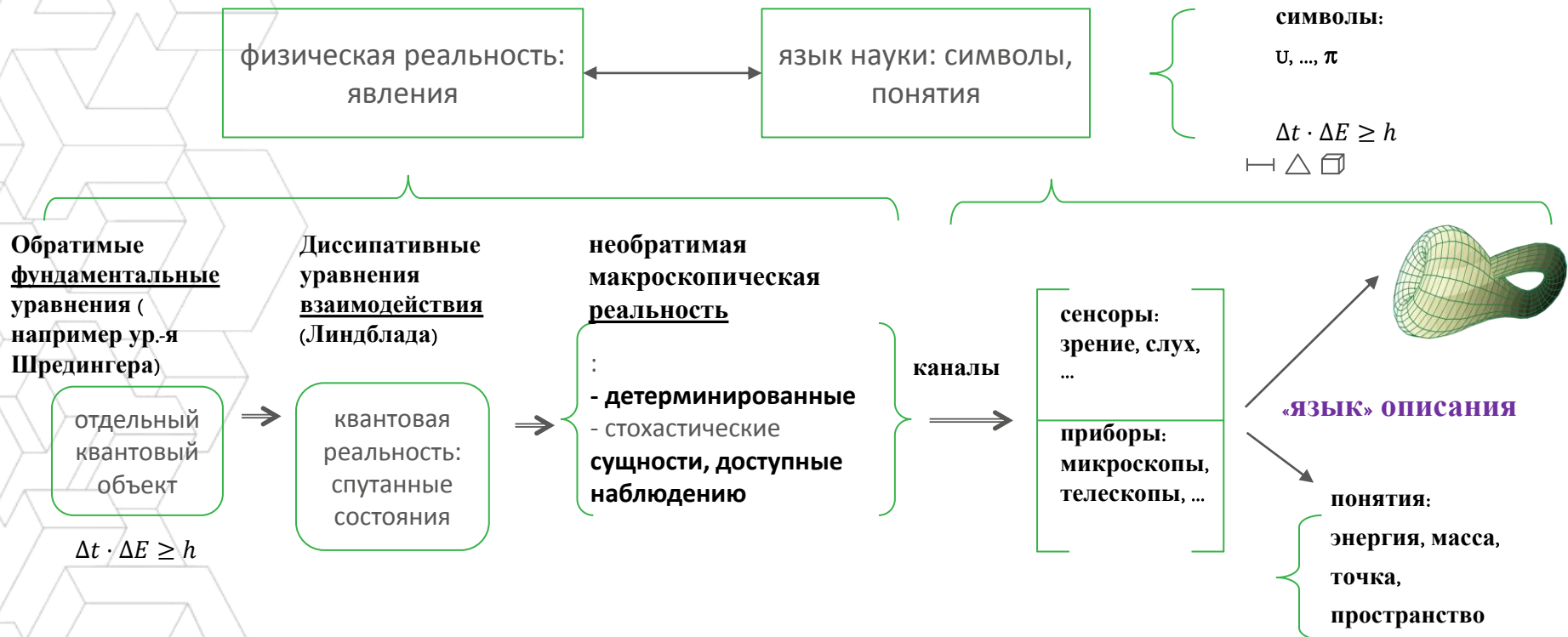
ИНТУИЦИЯ И ПАРАДОКСЫ АВТО-РЕКУРСИИ

- Парадокс Рассела : некоторые концепции невозможно точно описать и определить с помощью имеющихся понятий языка.
- Альфред Тарский: парадоксы описания возникает только в тех языках, которые он назвал "семантически закрытыми".
 - в таких языках одно предложение может определять истинность или ложность другого предложения на том же языке, даже если это предложение **ссылается на само себя**
- Тарский предложил ввести уровни языков, где каждый уровень определяет истинность или ложность только для языков на более низком уровне.
 - Если одно предложение ссылается на истинность другого, первое должно находиться на более высоком семантическом уровне.



ПЕРЕВОД ПРОБЛЕМ НАУКИ В МАТЕМАТИЧЕСКУЮ И ЛИНГВИСТИЧЕСКУЮ ПЛОСКОСТИ

- аксиома модели:
 - физическая система имеет модель
- аксиома системы:
 - Система обладает эмерджентными свойствами, которых ее отдельные элементы не имеют.





АБСТРАКЦИЯ ОТОЖДЕСТВЛЕНИЯ, КЛАССЫ ЭКВИВАЛЕНТНОСТИ И ОПЕРАЦИЙ

“

Одно дело различать вещи и совсем другое – познавать различие между вещами
И. Кант

В основе процесса интеллектуализации лежат:

- 1) абстракция отождествления и сравнения индивидуально различимых объектов (А.А. Марков, 1954 г.)
и
- 2) принцип тождества неразличимых (Г. Лейбниц, 1646-1716).

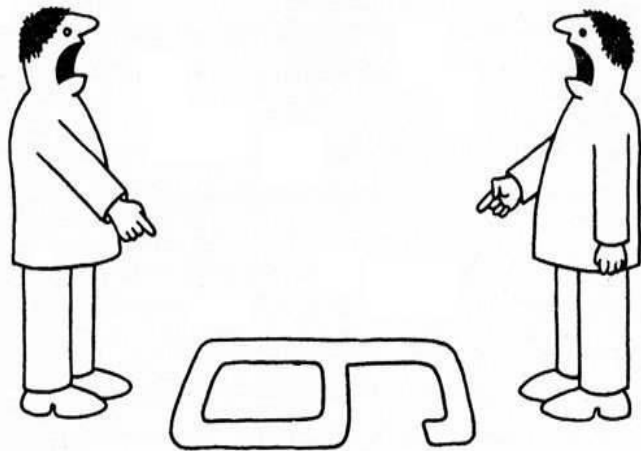
реализация концепции интеллектуализации вычислений необходимо:

- Заменить равенство на отношения эквивалентности... одинаковых физических объектов на один, но абстрактный объект (гомоморфизм)



«КОНТЕКСТНОСТЬ» АБСТРАКЦИЙ РАВЕНСТВА, ИНВАРИАНТНОСТЬ И «ЭКВИВАЛЕНТНОСТИ»

Основа «КОГНИТИВНЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ» – сравнение «ЧЕГО-ТО НОВОГО» с «ЧЕМ-ТО УЖЕ ИЗВЕСТНЫМ»



при рассмотрении множества объектов необходимо выделять подмножества **ЭКВИВАЛЕНТНОСТИ** по отношению к **ТЕМ ИХ СВОЙСТВАМ**, которые в контексте текущей ситуации **ОКАЗЫВАЮТСЯ ИНВАРИАНТНЫМИ** к выбранным операциям преобразования

(Марков А.А., Теория алгорифмов., 1954)

Результат сравнения объектов:

- Одинаковый (**Равны**)
- Похожи (**ЭКВИВАЛЕНТНЫ**)
- Совершенно **разные**



САМО-РЕФЕРЕНТНОСТЬ ПРИРОДЫ: МАТЕРИЯ/СОЗДАНИЕ

1. Природа – объективна (процессы непрерывные, не имеют памяти и необратимы во времени)

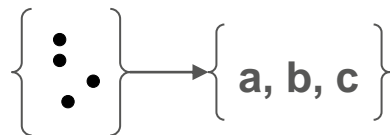
2. Сознание – субъективно (процессы не имеют физического описания, дискретны и способны к прогнозу)

физическая реальность R_{Ph}
объективная (непрерывная)

$A \rightarrow B$ (отображение объектов)
 $F_A \leftrightarrow F_B$ (эквивалентность понятий)

Воспринимаемые процессы, которые порождены законами природы

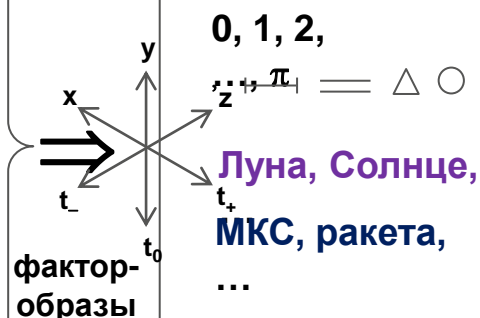
восприятие реальности органами чувств и приборами



(экзо-функции восприятия)



когнитивная реальность R_{Cog}
состоящая из счетного множества понятий-слов (СИМВОЛОВ)



декодер

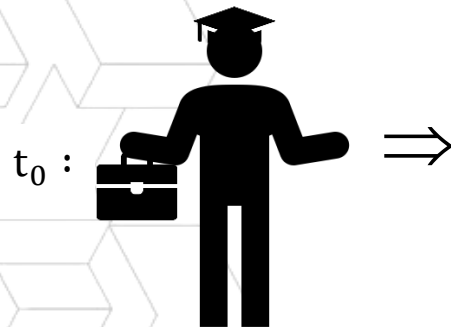
кодер

$R_{Ph} \in R_{Cog}$

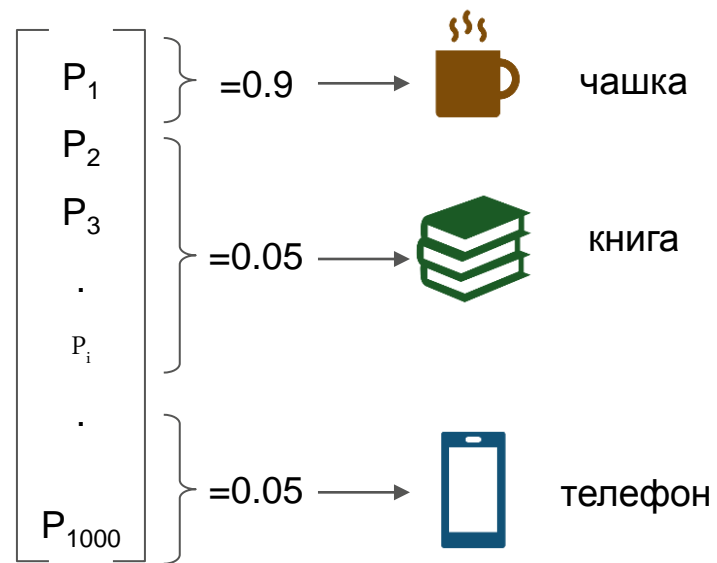
Счетное множество явления (свойства) Конечное множество понятий (знаки)



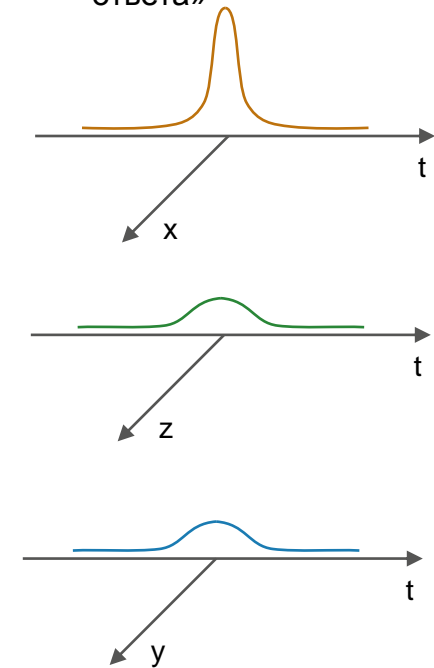
ПРИМЕР: СУРРОГАТНАЯ МОДЕЛЬ (ДААННЫЕ-ДЕЙСТВИЯ) «ЖЕЛАНИЯ» СТУДЕНТА, КОТОРЫЙ СОБРАЛСЯ ВЫПИТЬ КОФЕ



вектор R:



функция плотности вероятности «верного ответа»



В разные моменты времени t -var вектор оценок R изменяет размерность. Изменяется и вид многомерной функции плотности вероятности «действий» студента.



ГИПОТЕЗА: БОЛЬШЕ ДАННЫХ – ВЫШЕ ТОЧНОСТЬ ?

- Вопрос: всегда ли это так ?, да но если в обучающих, тестовых и реальных выборках функция распределения $P(X,y)$ одинакова ???!. Если это не так, то возникают
- **Проблема «Утечка данных»**
 - ситуация, когда существует признак, который в выборке обучения содержит больше информации о целевой переменной, чем при последующем применении модели на практике
- **Проблема Shortcut learning:**
 - ситуация, когда обученные модели получают верный ответ с помощью неверных в общем случае рассуждений ("right for the wrong reasons"), которые работают только для «обучающего» распределения $P(X,y)$ данных, а для real-world scenarios дают ошибочные результаты.



- Проблема. Модель использует признаки, которые позволяют эффективно предсказывать ответ на обучающей выборке, но не на всех распределениях, из которого получена эта выборка.

Поэтому надо вводить «уровни обобщения» - классы эквивалентности моделей, исходя из того, что

- конечный набор данных имеет **ограниченное разнообразие** и не «покрывает» всех возможных ситуаций,
- в данных могут существовать **"паразитные корреляции"**, позволяющие предсказывать ответ только на данной выборке без "комплексного" понимания изображения или текста.



ЧТО ИЗ ЭТОГО СЛЕДУЕТ ВОЗМОЖНОСТЬ ФОРМАЛИЗАЦИИ

Смысл слова зависит от контекста. Информация есть и «причина» и «СМЫСЛ» возникновения событий (it from bit):

- Формализация возможна и основана на априорной гипотезе (априорном смысле), доказательства которой есть наблюдаемые факты.
- Для совершения действий (появления события) надо вычислить, вероятность того, что принятая гипотеза верна с учетом «смысла» новых фактов, а именно:

(аналогия: **«ОГОНЬ» – гипотеза**, а **наблюдение дыма – событие**, доказывающее наличие огня.

Вероятность $P(\text{огонь}|\text{дым})$ оценить сложнее, поскольку вызвать дым могут различные события, например, выхлопные газы).

$P(\text{дым}|\text{огонь})$ оценить проще, где есть огонь, наверняка будет и дым



Язык науки: Сущность – явления – события – понятия

- Определения:
 - явления, сопровождаемые **актом наблюдения** – есть события
 - события, проявляющиеся в самих себе – есть феномены
 - феномены, в которых проявляются сущности, факторизуют физическую реальность на дискретное множество понятий – сущности языка науки
- Требования к понятиям:
 - валидируемость (верификация) с помощью наблюдений
 - фальсифицируемость – возможность экспериментального опровержения

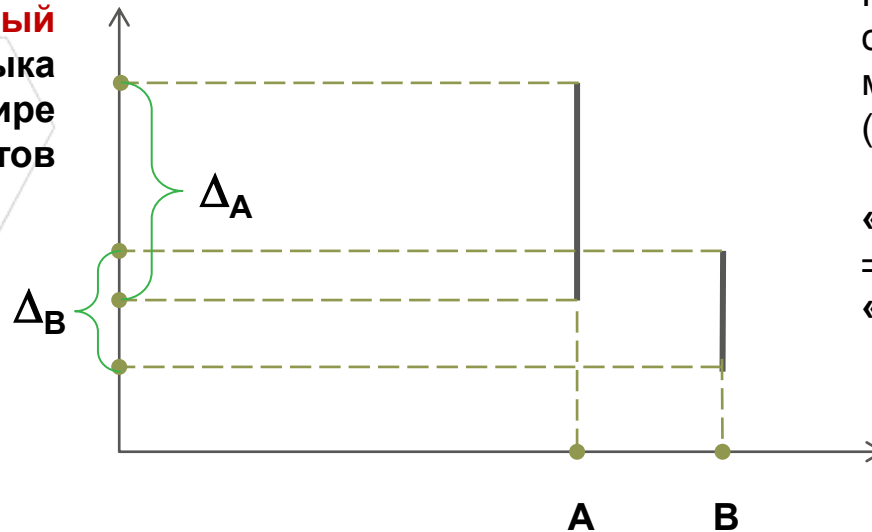
К. Поппер: *утверждения, полученные путем индуктивного обобщения, делают их лишь весьма вероятными. Одного факта достаточно, чтобы это утверждение опровергнуть.*



ПЕРСПЕКТИВЫ КН СВЯЗАНЫ С ЭВОЛЮЦИЕЙ «ЯЗЫКА НАУКИ»

- Гегель, Кант, Аристотель:
 - метафизика и логика = философские аргументы
- К. Гёдель, Р. Карнап:
 - формальный синтаксис понятий без учета философских аргументов (здорового смысла)
- Р. Карнап, А. Тарский, А. Тьюринг, А. Колмогоров:
 - {синтаксис понятий, семантика отношений} + алгоритмическая модель из конечного числа «вычислимых» операторов

**информационный
аспект языка
науки с мире
субъектов**



К. Поппер:

Научную теорию нельзя проверить на окончательную истинность, но ее можно опровергнуть (фальсифицировать):

«мир» объектов и «мир» субъектов
⇒
«мир» научных знаний

**материальный аспект
явлений в «мире»
объектов**



ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Суть «экзо-интеллектуализации»: синергетика алгебры формальных понятий, отношение упорядоченности, обратимость и непрерывность (топология)

Ресурсы экзо-интеллекта

