

**ИНСТИТУТ КОМПЬЮТЕРНЫХ НАУК И ТЕХНОЛОГИЙ  
ВС ИСКУССТВЕННОГО ИНТЕЛЛЕКТА**

**курс: Введение в профессиональную деятельность**

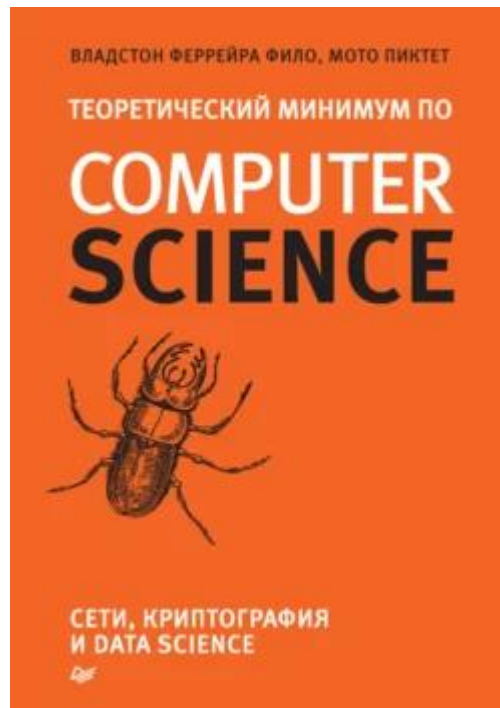
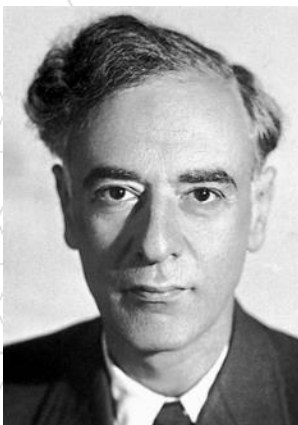
**ТЕМА 2. МАТЕМАТИКА КАК МЕТАФОРА (ЯВЛЕНИЯ VS  
ПРЕДСТАВЛЕНИЯ)**

**ЛЕКЦИЯ 4 : ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ МИНИМУМ  
КОМПЬЮТЕРНЫХ НАУК**

**29.02.2024**



## ПОЯСНЕНИЕ НАЗВАНИЕ ТЕМЫ ЛЕКЦИИ



Теоретический минимум ак. Л. Ландау:

«Математическая техника есть основа нашей науки. Имейте в виду, что под техникой мы понимаем умение решать различные задачи и производить все необходимые вычисления. Теорию надо знать, понимать и уметь ей пользоваться»



## СОДЕРЖАНИЕ

- О чем говорили и что обсуждали на прошлой лекции
- Введение к лекции «4»
- Метафора «теоретический минимум»
- Суть теории, имена «основателей»
- Фундаментальные понятия
- Заключение



## НА ПРОШЛОЙ ЛЕКЦИИ (1) РАССМОТРЕЛИ

- «сообщение» как объект или событие () объективной реальности,...которое можно передать по «каналу информационной связи» , где действуют искажающие его помехи....
- По аналогии с термодинамикой Клод Шеннон ввел меру «сообщения», назвав ее информационной энтропией, которую определил как
  - макросостояние выражающееся через вероятность того, что конкретный символ из конкретного алфавита входит в слова передаваемого сообщения.
  - информация рассматривается как мера уменьшения количества равновероятных состояний в наблюдаемой системы или символов в передаваемом сообщении.

### **К. Шеннон - первый «хомо информатикус»**

или «человек разумный»,но воспринимающий мир и как «локально» непосредственно то есть последовательно во времени, так и «параллельно» через различные каналы передачи информации существующие одновременно (параллельно во времени)





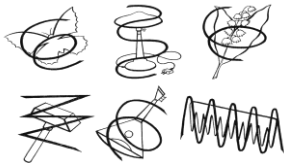
# НА ПРОШЛОЙ ЛЕКЦИИ (2) СФОРМУЛИРОВАЛИ ЗАДАЧИ, СВЯЗЫВАЮЩИЕ КОНТИНУУМ СВОЙСТВ С КОНЕЧНЫМ МНОЖЕСТВОМ ПОНЯТИЙ

Исчислимые «понятия как меры»

энтропия  
меры понятия  
...

Объекты  
Множества  
Классы

Объекты  
физического  
Континуума



«канал передачи  
сообщения»

«прямое» счетное кодирование  
«понятия как сообщение»

восприятие

мыслимое описание  
через конечное  
множество понятий

дескрипторы -  
инварианты

Тексты  
Алгоритмы  
Программы

...математика, метаматематика...

- компьютерные науки (КН)–  
задачи :

- перечислимость (множеств)
- вычислимость (функций/отношений)
- разрешимость (задачи/множеств/классов)

и энтропия **решений**

Проблема:  
«множество может быть  
**перечислимо**, но не  
**разрешимо**»



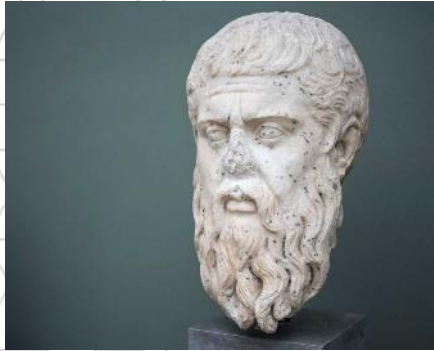
НА ПРОШЛОЙ ЛЕКЦИИ (3) ТАКЖЕ УТОЧНИЛИ , ЧТО

- В концептуальном отношении термодинамическая энтропия и энтропия информационная (Шеннона) эквивалентны но есть различия:
- энтропия в физике  $S$ , выражается непрерывной связью тепловой энергии тела с температурой [ Дж\*К-1],
- энтропия Шеннона  $H$  это дискретная характеристика источника сообщений, которая выражается через среднее количество «бит», содержащихся в передаваемых сообщениях.
  - Например,
  - информационная энтропия  $H$  микросхемы памяти, хранящей один гигабайт данных, составляет около  $10^{10}$  бит (1 байт = 8 бит), а
  - термодинамическая энтропия  $S$  той же микросхемы при комнатной температуре имеет порядок  $10^{23}$  бит.

На практике в 90% случаев человек имеем дело с дискретным представлением/восприятием сигналов непрерывной природы....

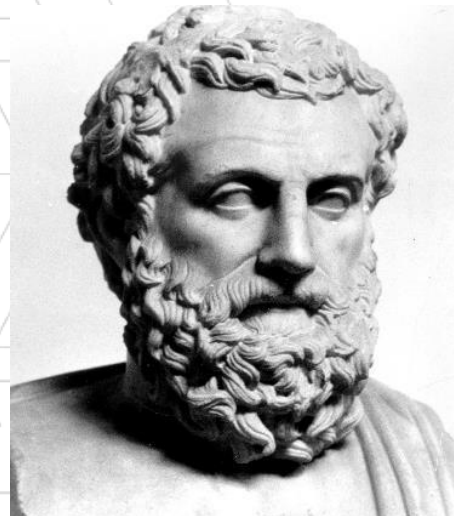


## ВВЕДЕНИЕ (1) К ИСТОКАМ «КОМПЬЮТЕРНЫХ НАУК»



- «...имя есть... орудие распределения сущностей».
  - Платон (427–347 гг. до н.э.)  
(Реалисты)

«абстрактные сущности существуют в пространстве идеальных «форм» и являются фундаментальными единицами реальности» [Платон: Диалоги]



- «...имена не связаны с природой вещей, а возникают в результате соглашения».
  - Аристотель (384–322 гг. до н.э.)  
(Номиналисты)

“Всякое количество есть множество, если оно счислимо, то величина непрерывная в одном направлении есть длина, в двух направлениях — ширина, в трех направлениях — глубина. Ограниченное множество есть число [Аристотель: Метафизика].





## ВВЕДЕНИЕ (2): ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ МИНИМУМ КОМПЬЮТЕРНЫХ НАУК (КН)

Цель:

развить вычислительный стиль мышления, чтобы приблизиться к пониманию законов ... Природы с использованием понятия **информация**

задачи:

понимание законов Природы через процессы моделирования с использованием **ИСЧИСЛИМЫХ** (арифметических) чисел, правил и слов и пр.



Д. Гильберт:

«Не существует такой вещи, как неразрешимая задача».

Эпитафия: **«мы должны знать, мы будем знать».**

(вопросы:

«должны» - кому?

«знать» - что?)





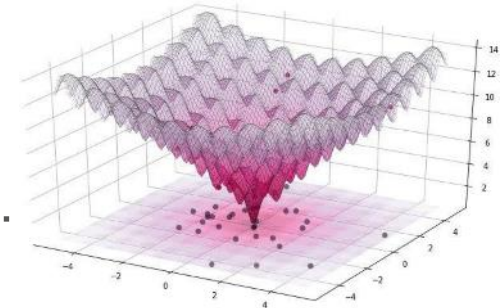
## У истоков «ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ» НАУК

|   | имена                    | вклад                                                                                                                                                           | суть задач                                                                                        |
|---|--------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1 | <b>Д. Гильберт</b>       | «архитектор» <b>программы</b> развития современной математики, 1900                                                                                             | Сформулировал 23 проблемы, решение которых создаст логический базис «математики природы»          |
| 2 | <b>К. Гёдель</b>         | доказал <b>неполноту</b> арифметики, 1931                                                                                                                       | Теоремы о неполноте формальных систем - мышление не вычислимо                                     |
| 3 | <b>А. Тьюринг</b>        | Разработал логические системы, основанные на ординалах множеств и информации об ( <b>трансфинитные</b> числа). Создал модель вычислений - машина Тьюринга, 1935 | Машина Тьюринга с оракулом                                                                        |
| 4 | <b>ак.А.Н.Колмогоров</b> | создал аксиоматическую теорию вероятностей 1927, представление функций в виде <b>суперпозиции</b> функций меньшего числа переменных 1957                        | вычислительная сложность, решения обратных задачи представления функции с помощью нейронных сетей |
| 5 | <b>ак. А.П. Ершов</b>    | концепция автоматизации <b>программирования</b> , 1958                                                                                                          | термин информатика, «программирование» программ на БЭСМ<br>теория компиляторов                    |
| 6 | .....                    |                                                                                                                                                                 |                                                                                                   |



## Фундаментальные понятия КН (теории алгоритмов)

- Перечислимость (множеств),
  - » Вычислимость (функций),
    - разрешимость (множеств) .
    - Объяснимость (интерпретируемость)



10 проблема Гильберта решена в 1970 г ак. Ю. Матиясевичем:  
универсального алгоритма решения диофантовых уравнений **нет...**

Что из этого следует ?

(Д.У. – полиномиальное уравнение с целыми коэффициентами имеющее целы решения) – **существуют неразрешимые «в целых числах» на компьютерах задачи...  $a^2+b^2=c^2$**



## «ЭНТРОПИЯ» ПОНИМАНИЯ РАБОТЫ КОМПЬЮТЕРА

«уравнение» современного компьютера:

(компьютер) = (аппаратура) + (программы) -> диссипация тепла ....  
и ,, сложность объяснения (интерпретации) результатов

С точки зрения физики: цифровые компьютеры – замкнутые системы они способны обрабатывать только целые числа, выполнять с ними миллиарды **операций** в секунду, но ... **логика процесса вычисления отлична от** логики процесса «понимания»

Понимание - это логическая функция «открытых систем», это следствие первой теоремы Геделя о «неполноте» : "Любая непротиворечивая формальная система  $F$ , в рамках которой может быть выполнено определенное количество элементарной арифметики, является неполной. Существуют утверждения языка арифметики  $F$ , которые не могут быть ни доказаны, ни опровергнуты в  $F$ ...но это может сделать «оракул» или **внешний наблюдатель («программист»....)**



## Целостность компьютерной теории: единство прямой и обратной операций над «вычисляемыми» объектами

Вычислительные процессы, реализующие набор заранее составленных инструкций программы, могут быть рассмотрены на нескольких уровнях (физика, синтаксис, смысл)

- на физическом уровне, как операции, которые реализуются с помощью физических устройств и процессов диссипации свободной энергии.
- на алгоритмическом, как описание синтаксиса вычислительных операций
- на семантическом уровне, как объяснение полученных результатов,

Прямой вычислительный процесс точно реализует логику исполняемой программы, но ... не любому реальному физическому процессу можно сопоставить точное символическое описание.

Обратная задача – построение «наиболее адекватного» символического описания физической реальности



## ОПИСАНИЕ ЦЕЛОСТНОГО ИЛИ ЧЕРЕЗ СОСТАВЛЯЮЩИЕ.

Математика, компьютерные науки и физика по-разному представляют **целостный объект** через единство (непротиворечивость) и обратимость отдельных частей. Формально целостность может выражаться с помощью чисел – элементов кольца или поля (множества элементов, на котором заданы операции, есть обратные, «нулевые» и «единичные» элементы и пр.)

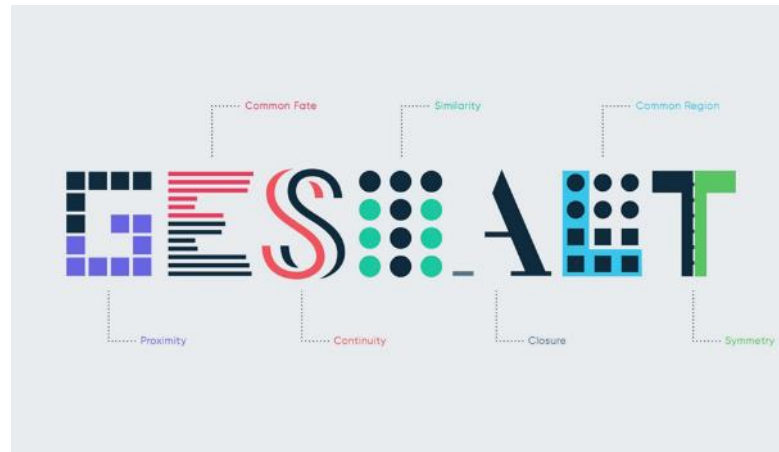


Вопрос: почему и как мозг распознает целое быстрее, чем отдельные составляющие, из которых «собирается» объект ?



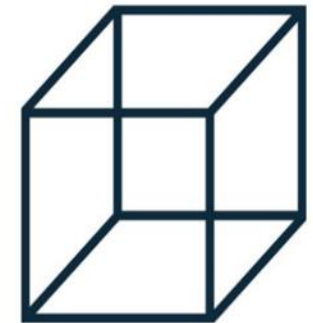
## НОМИНАЛИЗМ ИДЕИ «ПРОГРАММНОГО КОДА»

- Под программным кодом компьютерной системы «находится» много других слоев реализации процессов вычислений. Компьютерные науки описывают всю иерархию сложности вычислений, так, чтобы гарантированно получить «конечный» результат.
- Суть КН - целостное (гештальт) понимание всех уровней стека преобразований кода программы в физические операции.





## ЦЕЛОЕ КАК СОВОКУПНОСТЬ ЧАСТЕЙ ИЛИ ....



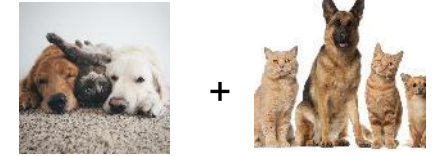
Люди могут распознавать объекты, даже если у них отсутствуют отдельные части. Для этого мозг сопоставляет то, что видит в данный момент с **знакомыми шаблонами**, хранящимися в памяти, и «заполняет» имеющиеся пробелы конструкции.





# ДВОЙСТВЕННОСТЬ АРИФМЕТИЧЕСКОГО ПРОСТРАНСТВА: ДИСКРЕТНОЕ VS НЕПРЕРЫВНОЕ

Как ответить на вопрос: Почему КН находят гораздо более широкое применение, чем просто вычисления чисел?



Сколько будет

В: к 1 кошке и 2 собакам  
прибавить

А: 3 кошки и 1 собаку ?

A= 1 кошка и 2 собаки

B= 3 кошки и 1 собака

C= **4 кошки и 3 собаки**

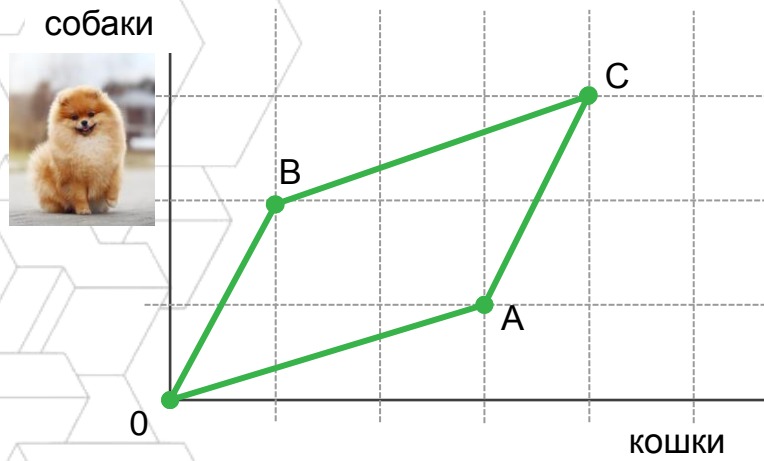
Сколько будет

Р: 2 кошки и 1 собакам  
увеличить в 3 раза ?

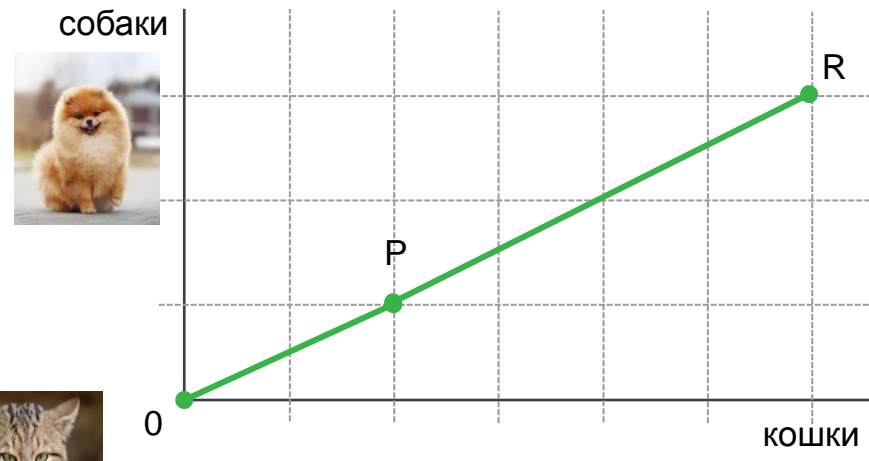
P= 2 кошки и 1 собака

× 3

R= **6 кошек и 3 собаки**



Кодирование с помощью векторов операция – сложение векторов

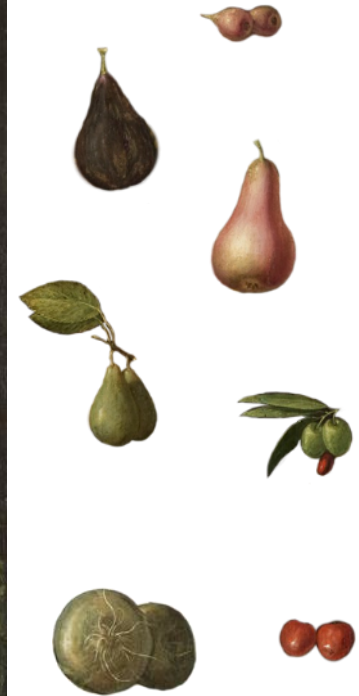


операция умножение вектора на число





# ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫЙ СИНТЕЗ: КОНСТРУИРОВАНИЕ «НОУМЕНА» ИЗ КОМПОНЕНТ «ФЕНОМЕНА»





## СОЗНАНИЕ ВЛАДЕЕТ ОПЕРАЦИЕЙ «РЕИНФИКАЦИИ»

- воспринимать объекты с разных точек зрения, несмотря на их внешний вид.



Сопоставляя реальным объектам абстрактные модели





## ФОРМАЛЬНО ТРУДНЫЕ ПРОБЛЕМЫ ФИЗИКИ ....ЛЕГКО РЕШИТЬ ЧИСЛЕННО. ПОЧЕМУ ?

- Формальная теория сложности вычислений основана на оценках, относящихся к наихудшему случаю задания возможных параметров, усредненному по имеющейся совокупности результатов (примеров).
- Практика вычислений состоит в том, что трудно решаемые проблемы выделить в конечное множество критических ситуаций и областей.
- Численная вариация параметры в критической области приводит **легко анализируемым и визуализируемым решениям** рассматриваемой проблемы, аналогично изменениям, связанным с фазовыми переходами в физических системах



# ПРИМЕР 1: ПОНЯТЬ НЕЛЬЗЯ ВЫЧИСЛИТЬ: КАК ПРАВИЛЬНО РАССТАВИТЬ ЗАПЯТЫЕ

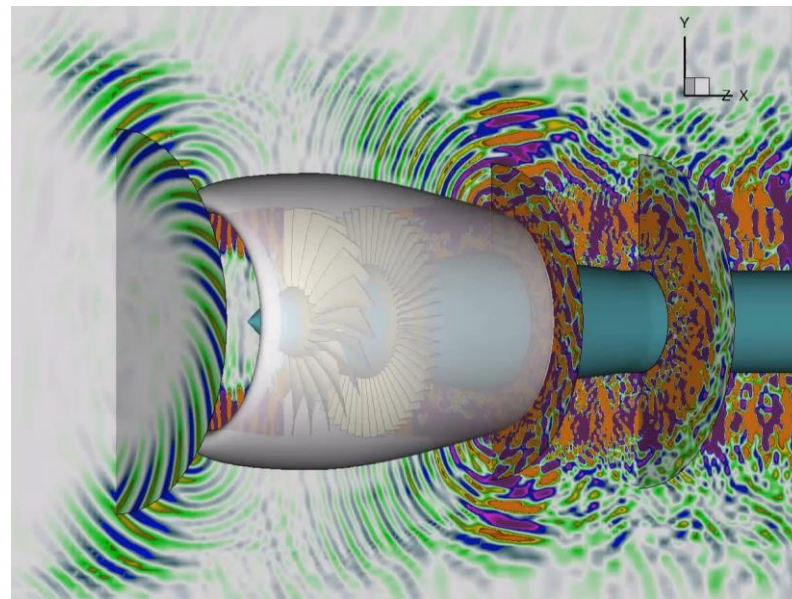
## прямой расчет и визуализация акустических характеристик турбореактивного двигателя

Физическая модель процессов турбореактивного авиационного двигателя



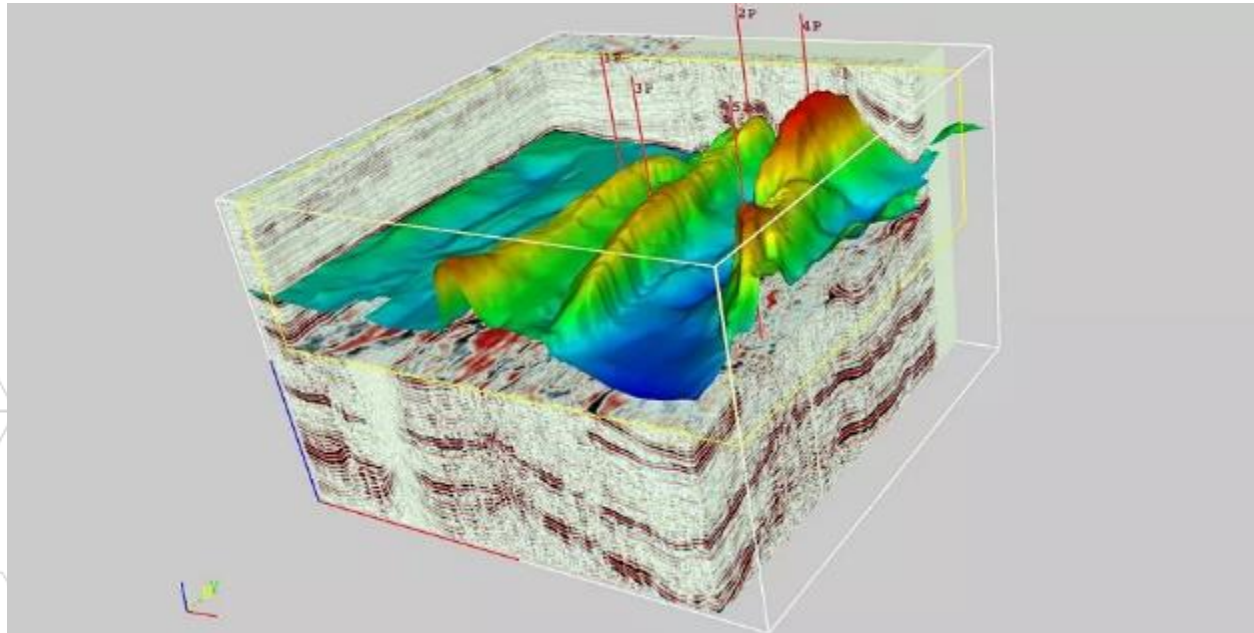
- **Прямая** задача: основанная на первых (физических) принципах аэродинамики процессов
- **Обратная** задача: построение суррогатной модели для визуализации протекающих процессов

Компьютерная анимация как результат «вычисления» с использованием суррогатной модели звуковых волн, излучаемых двигателем





## ПРИМЕР 2: ИСПОЛЬЗОВАНИЯ «БОЛЬШИХ» ДАННЫХ В СЕЙСМОРАЗВЕДКЕ



**Что это дает:** переход от анализа сейсмограмм «как искусства» к технологиям анализа данных **на основе методов машинного обучения** с использованием информации о структуре строения геологической среды, выбора **места расположения «виртуальных» скважин на основе прогнозирования физических свойств и литологии горных пород.**



## ФУНДАМЕНТАЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ ПРОЦЕССОВ ВЫЧИСЛЕНИЙ

- Являются ли результаты вычислений моделирования разрешимым множеством ?
- Можно ли объяснить результаты моделирования, анализируя полученные данные ?

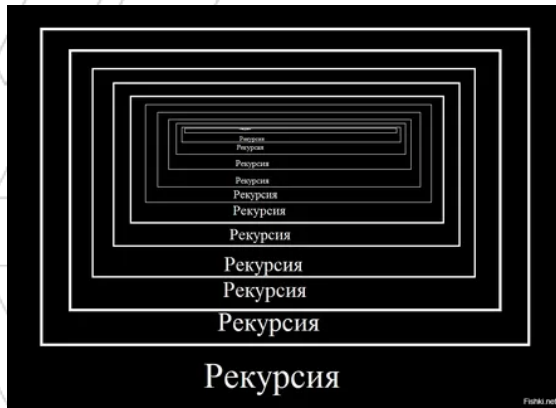
Разрешимость множества натуральных чисел, которые есть результат выполнения алгоритма вычислений, требует существования вычислимой характеристической функции, получающей в качестве аргумента любое натуральное число и через конечное число шагов выдающее результат, принимающей значения из множества  $\rightarrow (0,1)$ .

**Теорема.** множество является разрешимым, если его характеристическая функция вычислима.

**Теорема.** Множество разрешимо тогда и тогда, когда оно и его дополнение перечислимо.



# Выводы

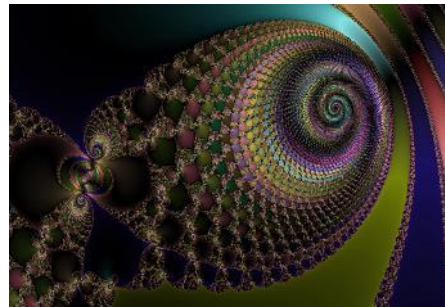


← вычислений

Рекурсия - есть метод описания (объяснения) ситуации, когда объект (процесс) является частью самого себя:

- Либо во **времени**
- Либо в **пространстве**
- Либо и .... **там и там**

мышления →



← существования

Механизм примитивной рекурсии лежит в основе иерархической организации всех объектов Природы:

- от наименьших наблюдаемых элементарных частиц
- до
- живых организмов и видимых скоплений галактик

