

**ИНСТИТУТ КОМПЬЮТЕРНЫХ НАУК И ТЕХНОЛОГИЙ  
ВШ ИСКУССТВЕННОГО ИНТЕЛЛЕКТА**

**курс: Введение в профессиональную деятельность**

**ТЕМА 3. ТЕМА3. ФУНДАМЕНТАЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ  
КОМПЬЮТЕРНЫХ НАУК**

**ЛЕКЦИЯ 10: НЕИЗМЕРИМЫЕ И НЕВЫЧИСЛИМЫЕ  
МНОЖЕСТВА. МАТЕМАТИКА «ОСОБЫХ ЧИСЕЛ»**

**11.04.2024**



## СОДЕРЖАНИЕ

- Комментарии к практическим заданиям
- О чем говорили и что обсуждали на прошлой лекции № 9
- Введение к лекции № 10:
- Методология формализации и основные идеи
- Заключение



## КОММЕНТАРИИ К ПРАКТИЧЕСКИМ ЗАДАНИЯМ

### Введение в профессиональную деятельность

4.04.2024

- **166** ЗАПИСАНО СТУДЕНТОВ
- **113** В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ
- **53** ПРИСТУПИЛИ

11.04.2024

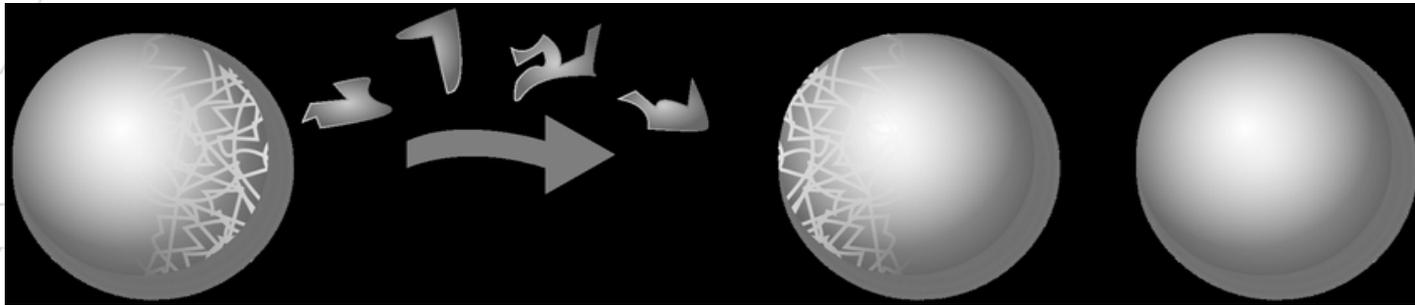
- **166** ЗАПИСАНО СТУДЕНТОВ
- **119** СТУДЕНТОВ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ
- **47** ПРИСТУПИЛИ К ВЫПОЛНЕНИЮ 2-ОГО ЗАДАНИЯ





НА ЛЕКЦИИ 9 ОБСУЖДАЛИ «ЧУДОВИЩА» ФОРМАЛИЗАЦИИ, ПОРОЖДЕННЫЕ АС

- парадокс Банаха-Тарского : **формально доказывается, что** сферу (континуум **абстрактных** точек) можно разбить на несколько «**неизмеримых**» подмножеств (составных частей) так, что из них можно **собрать**, причем *без зазоров и пустот, ????* **две сферы** такого же диаметра как исходная сфера...



Суть парадокса: в теории множеств существуют т.н. "**неизмеримые множества**", которые могут не иметь объема, они не реализуют свойства аддитивности и у них нет понятия эквивалентности

1. Такое преобразование возможно только там, где объект => суть информация (it from bit), а инструмент «работы с информацией» — «машина Тьюринга».
2. «обратный» парадокс Банаха-Тарского: ...**4=>3=>2=1**



## ОБСУЖДАЛИ САМО-РЕКУРСИЮ «ВСЕЛЕННЫХ» ГЕДЕЛЯ/НЕЙМАНА

«Вселенная фон Неймана»

$V$  строится по этапам, но на этапе  $\alpha+1$  имеем  $V_{\alpha+1}$  это набор **всех подмножеств** предыдущего этапа  $V_{\alpha}$ .

«Вселенная Гёделя»  $L$  :

«поэтапно» построенный частный вид «вселенной фон Неймана»  $V$ , состоящий **только из подмножеств**, которые индексируются порядковыми номерами.

Итак: для «построения» множества, которое есть носитель «измеримых функций» таких как  $L$  используются подмножества, которые описываются **формулой** заданной на языке теории множеств с **параметрами**, относящимися к предыдущему этапу построения  $L$



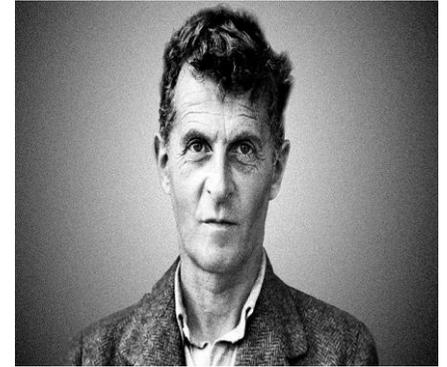
## ОБСУЖДАЛИ ТАКЖЕ ПРИНЦИП ЛАНДАУЭРА

- Процессы компьютерных (материальных) вычислений, должны быть согласованы с классической физикой
  - Принцип гласит, что в любой вычислительной системе, независимо от её физической реализации, **потеря 1 бита информации** неизбежно сопровождается **увеличением энтропии** самой вычислительной системы или окружающей среды.
- Формула: при стирании (уничтожении) 1 бита информации изменяется энтропия вычислительной системы  $S = \Delta Q/T$ , на что затрачивается энергия:  $W = k_B T \ln 2$ , где  $k_B$  — постоянная Больцмана,  $T$  — абсолютная температура изотермического процесса
- Вывод: стирание (потеря) одного бита информации требует затрат по меньшей мере  $W = k_B T \ln 2$  Джоулей энергии. Откуда эта энергия берется ????

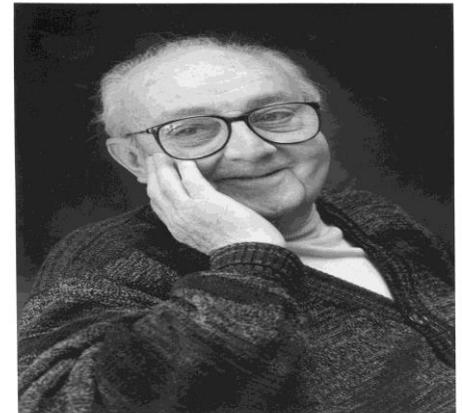


## ВВЕДЕНИЕ: ПОЧЕМУ НЕ ВСЕ В ПРИРОДЕ ВЫЧИСЛИМО И ИЗМЕРИМО (МОЖНО ЛИ ПРЕДСТАВИТЬ СЕБЕ ОБЪЕКТ КОТОРЫЙ НЕ ВЫЧИСЛИМ И НЕ ИЗМЕРИМ ??)

Говорить следует ясно, или  
следует просто молчать  
*Витгенштейн (1889-1951)*



Все модели неправильны, но  
некоторые из них полезны.  
*Джордж Бокс*, (1919-2013)



- **Измерение** – отражение свойств пространства возможностей в сознании наблюдателя при «отсечении» целого ряда деталей
- Исследование измеримости понятий обусловлена свойством используемого языка, способного выразить **содержательный взгляд** на измеряемый предмет



## ПРОБЛЕМЫ ФОРМАЛИЗАЦИЯ

«Бог создал натуральные числа, а всё  
прочее —  
дело рук человеческих»

*Л. Кронекер*



- чем больше стариться формализовать предмет, тем сложнее дать содержательное объяснение. Так, Георг Кантор доказал, что отрезок равномошен (между  $A$  и  $B$  существует [биекция](#))  $n$ -мерному пространству ????!!!! **Как это можно объяснить ???**
  - Например, содержательный взгляда на слово «Дежавю́ : состояние, при котором человек ощущает, что он когда-то уже был в подобной ситуации».
  - При попытке объяснения вместо одного слова возникнет много других непонятных слов: «психический», «состояние», «человек», «ощущать», «подобный», «ситуация».
  - Объяснение это «дерево слов», а в силу того, что слов, имеющих значение в русском языке конечное множество, у нас получится «содержательное» множество, в котором встречается дважды одно и то же слово, возникает Геделевская само-рекурсия – **объяснение «слова» через самого себя.**



## «КОМПЬЮТЕРНЫЙ» ВЗГЛЯД НА ОБЪЯСНЕНИЯ

- Все, что можно закодировать, можно рассматривать как цифровые данные. Массив входных цифровых данных содержит в себе различные скрытые закономерности
- Эти закономерности описать и использовать чтобы предсказать: следующее слово, цифру, формулу, фразу или текст
- Современный «трансформер» – это цифровая масштабируемая вычислительная модель измерения множества входных данных с целью вычисления оценки вероятности того, какой символ (цифру или слово) из этого множества выбрать для продолжения поступающего на вход «текста» так чтобы текст стал носителем **смысла**



## БИФУРКАЦИЯ ФОРМАЛЬНО ОПРЕДЕЛЕННЫХ МНОЖЕСТВ

- Множества чисел – носители свойств материи и энергии
- Множества слов – носители информации и смыслов



## ПРИМЕРЫ:

- Тренировочные данные систем ИИ. Обучающая выборка GPT2 – 40 Гбайт
- Все тексты из произведений Шекспира - 5,5 Мбайт
- Сложность модели трансформера GPT2 можно выразить в уравнениях  $y=ax+b$  , в которых 1,5 Млрд параметров, объемом 6 Гбайт
- Почем, языковая модель «сама» научилась не только переводить тексты на другие языки, но и научилась делать арифметические операции: если вход подаются символы **16+12**, то GPT выдает ответ **28**

Итак: если параметров в модели системы много, то в них «автоматически» начинают проявляться закономерности, которым модель не пред-обучали



## ПРЕОБРАЗОВАНИЕ «W2V» ИЛИ «WORD TO VECTOR»

Начала NLP: функция w2v преобразовывает «слова» в числовые векторы, сохраняя семантическое значение

- Это можно сделать двумя способами, а именно:
  1. CBOW: попытаться предсказать **целевое слово**, используя слова из контекста.
  2. Skip-Gram: попытаться предсказать **слова контекста**, используя целевое слово.

Целевое слово (**Target Word**): слово, которое **предсказывается**.

Контекстное слово (**Context Word**): каждое слово в предложении, кроме целевого слова

Размерность вложения (**Embedding Dimension**): количество измерений пространства векторов, в которые мы хотим преобразовать слова.



## ЧИСЛА, ФОРМУЛЫ, СОЗНАНИЕ И КВАЛИА

Так единственное, в чем Декарт был уверен, так это в существовании **себя самого**. Он выражает эту мысль в своей знаменитой фразе "**Я мыслю, а значит я существую**".

- Все наши сведения о внешнем мире мы почерпнули через воспринимаемые нами чувственные ощущения внутреннего мира.
- Строго говоря, существование внешнего мира невозможно формально **доказать**, а утверждение о том, что мы живем в осознаваемой **симуляции**, невозможно **опровергнуть**.
- Получается, что наше изучение сознания основывается на аксиомах:
  - внешний мир существует и
  - другие люди говорят правду , что обладают сознанием.

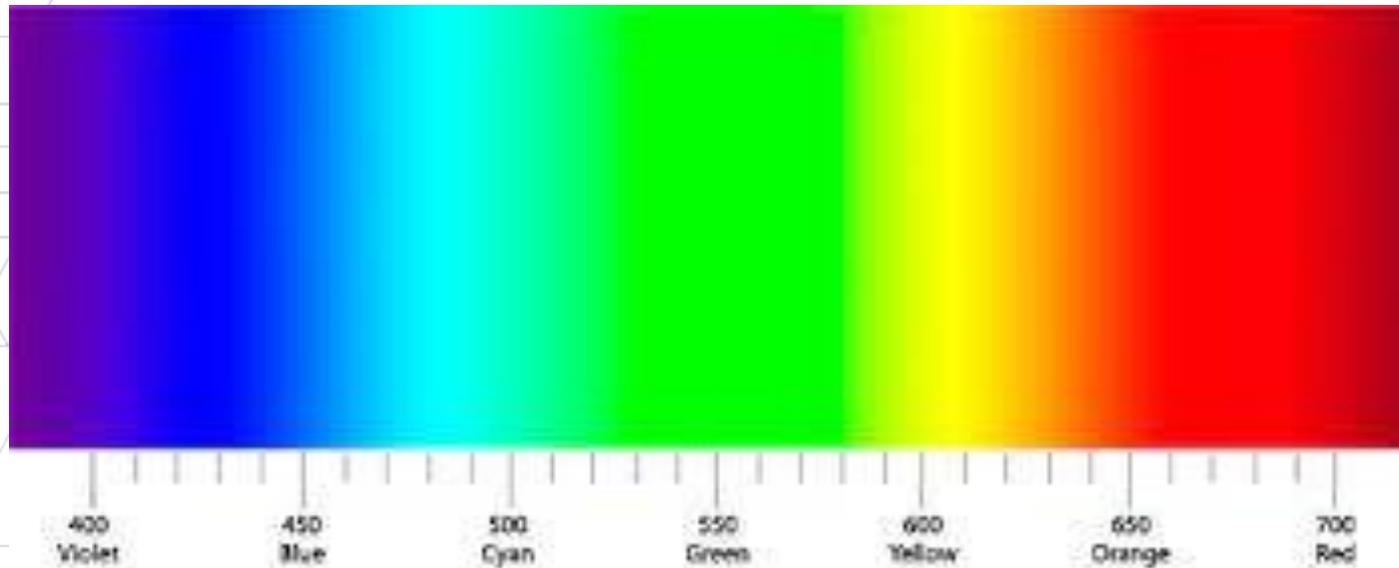


## ГДЕ ЖЕ НАХОДИТСЯ «КВАЛИЯ»

- Квалия не является частью внешнего «физического» мира  
Вопрос: Может ли «квалия» красного цвета находится в красном свете?
- В красном **свете** нет красного **цвета**. Называем свет **красным** только потому, что при попадании такого света с определенной длиной волны в глаз и обработки посланного глазом в мозг сигнала, в сознании **возникает квалия красного цвета**.
- **Красные** предметы можно видеть во сне, когда никакого света нет вообще - ваши глаза закрыты, а вокруг темнота.
- Так как во сне можно видеть красные вещи, то если бы краснота содержалась бы «физически» в свете как электромагнитном излучении, то это было бы невозможно.



## СПЕКТР СВЕТА И ПОНЯТИЕ «КРАСНОТА»



В компьютерной виртуальной реальности можно видеть цвета и слышать звуки. Все эти ощущения будут вызваны **не световыми или звуковыми волнами**, а электрическими импульсами, исходящими из компьютера.

Есть формальные возможности отличить виртуальную реальность от настоящей но только если у компьютера не хватает «мощности» .

Итак: в красном свете красного как понятия нет, Если поместить "мозг в сон», когда вообще нет восприятия «физического» свет, но «краснота» у снов остается



## СОЗНАНИЕ НЕОБЪЯСНИМО ПРИЧИНАМИ МЕХАНИЧЕСКИМИ, Т. Е. С ПОМОЩЬЮ ФИГУР И ДВИЖЕНИЙ

- Если мы вообразим себе **машину**, устройство которой **производит мысль, чувство и восприятия**, то можно будет представить ее себе в увеличенном виде с сохранением тех же пропорций так, что можно будет входить в нее, как в «дом» .
- При осмотре этого «дома» мы не найдем внутри нее ничего кроме частей, механически или физически взаимодействующих между собой, но никогда не найдем ничего такого, чем бы можно было бы объяснить **восприятие или чувства**.



## ДЕВИД ЧАЛМЕРС О ПРОБЛЕМЕ СОЗНАНИЯ

- Существует множество **легких проблем** сознания. В основном, их изучением занимается нейробиология и нейрофизиология, например исследуя вопрос: в какую зону мозга нужно пустить разряд электрического тока, чтобы испытуемый получил впечатление красного цвета - это легкая проблема.
- Исследование того, как работает краткосрочная и долгосрочная память - это тоже легкая проблема.



Род. 1966



## СУЩЕСТВУЮТ «ТРУДНЫЕ» ПРОБЛЕМЫ СОЗНАНИЯ

- Главное отличие **легких** проблем от **трудных** заключается в том, что в первом случае, нам неизвестен ответ, но мы хорошо представляем себе **формат ответа** и путь к нему, например это будет
  - математическая модель с дифференциальными уравнениями....
  - модель нейронных связей с указанием функций и корреляций
  - ....
- В случае же с **трудными проблемами** нам не только неизвестны ответы, но нам даже не ясно, **каким должен быть формат** этих ответов, и каким образом мы можем их получить.
- Да и формулировка самих вопросов дается нелегко.



## ПРИМЕР

- **Легкая проблема:** Активация какой цепочки нейронов в мозгу порождает квалиа красного цвета, а активация какой цепочки порождает квалиа **высокого тонкого звука**?
- **Трудная проблема:** **Почему**, если и то, и другое порождается активацией цепочек нейронов в мозгу, красный цвет так сильно отличается от **высокого тонкого звука**?
- **Легкая проблема:** Активация какой цепочки нейронов в мозгу порождает квалиа **красного цвета**, а активация какой цепочки порождает квалиа **синего**?
- **Трудная проблема:** **Почему** одна цепочка порождает квалиа красного, а не квалиа синего, а другая **квалиа синего, а не квалиа красного**?



## ТРУДНАЯ ПРОБЛЕМА

- есть ли сознание у компьютерной нейронной сети, воспроизводящей работу человеческого мозга?
  - Иммануила Канта писал о различии между феноменами - вещами, как мы их воспринимаем, и ноуменами - вещами, какие они есть сами по себе.
  - Феномены состоят из набора впечатлений - цвета, звука, запаха, вкуса, собранных в единый образ в сознании с помощью мышления.
  - когда мы говорим о чем-то, мы говорим именно о феноменальных проявлениях вещей,
  - а о порождающих эти впечатления ноуменах, "вещах самих по себе", мы ничего в сущности сказать и не можем.



## ФИЗИКИ О СОЗНАНИИ

Эрвин Шредингер писал:

- Сознание не может быть объяснено в физических терминах. Поскольку **сознание абсолютно фундаментально**. Его нельзя объяснить в терминах чего-либо другого

Макс Планк писал:

- в результате своих исследований об атомах я могу сказать вам следующее: **материи как таковой не существует**. Всякая материя возникает и существует только благодаря силе, которая приводит частицу атома в вибрацию и удерживает вместе эту мельчайшую солнечную систему атома. Мы должны предположить, что за этой силой **существует сознательный Разум - матрица всей материи**.



## МАТЕМАТИКА «ОСОБЫХ ЧИСЕЛ»

**Цифра «1» представляет Высшую сущность.  
Она является точкой, которая не имеет  
никаких параметров.**

*Пифагор*

- Число «1» - это единственное положительное число, которое равно своему **обратному числу**.
- При умножении, делении, возведении в любую степень число «1»  
**всегда остается сами собой - «1».**
- Число «1» не является **простым числом**, так как по определению простого числа - это положительное целое число, которое делится только на 1 и само на себя. Для числа 1 эти два фактора совпадают, а по определению должны **быть различны**.
- Число 1 «суть постоянство» - любое число, умноженное или разделенное на 1 остается **без изменения**.



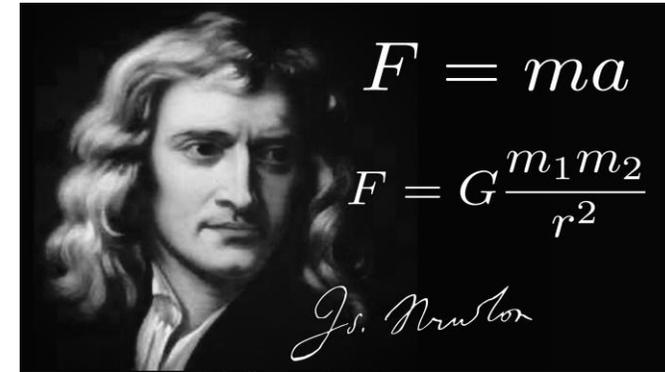
## ДОКАЗАТЬ: ЧИСЛО «0» В СТЕПЕНИ «0» =1

- «0» в степени «ноль» на языке C++:  
– 

```
int main(void) {  
    try {  
        std::cout << "zeroth power of zero: "  
        << std::pow(0, 0) << std::endl;  
    }  
}
```
- Возведение в степень — бинарная операция:  $a$  умножается само на себя столько раз, сколько указано в показателе степени  $b$ . Записывается это как  $a^b$
- Число  $a^b$  можно представить в виде  $a^b = a^c * a^{(b-c)}$ . Например:  
 $4^7 = (4*4*4)*(4*4*4*4) = 4^3 * 4^4$  .
- Число в нулевой степени можно представить как  $a^0 = a^b * a^{-b}$ .
- Действие, обратное умножению — деление. Поэтому  $a^{-b} = 1/a^b$ .

**Вывод:** с учетом вышесказанного, имеем:

$$a^0 = a^b * a^{-b} = a^b/a^b = 1$$



«**Под числом** мы понимаем не столько **множество единиц**, сколько **отношение** **какой-нибудь величины к другой величине** того же рода, принятой нами за **единицу**».

Рекомендуется прочитать:  
В. И. Арнольд  
«Гюйгенс и Барроу. Ньютон и Гук»  
1989. — 96 с. .  
(написана к 300-летию выхода книги «Математические начала натуральной философии»)



## *THE MATHEMATICAL PRINCIPLES OF NATURAL PHILOSOPHY : СПОР МЕЖДУ ГУКОМ И НЬЮТОНОМ:*

- В этом споре Ньютон позиционирует себя как математика, а Гука считает физиком: Физик выдвигает **гипотезы** и может не доказывать их, математик обязан **доказать** их.
  - *«Математики, которые все открывают, все устанавливают и все доказывают, должны довольствоваться **ролью сухих вычислителей** и чернорабочих.*
  - *Другой же, который ничего не может доказать, а только на все претендует и все хватает на лету, **уносит всю славу** как своих предшественников, так и своих последователей...*
  - *И вот я должен признать теперь, что я все получил от него, а что **я сам всего только подсчитал**, доказал и выполнил всю **работу вьючного животного по изобретениям этого великого человека**»*

Суть Ньютонских математических рассуждений - наглядный интуитивный подход к объяснению наблюдаемого: «на камень внутри Земли внешние слои не действуют, т. е. что поле тяжести внутри однородной сферы равно нулю»

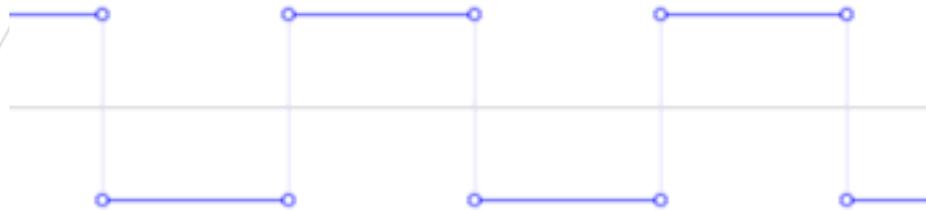


## Роль СИМВОЛА «БЕСКОНЕЧНОСТЬ» И РОЛЬ «МЫСЛИМОГО ЭКСПЕРИМЕНТА»

суть математического открытия Ньютона : решение дифференциальных и алгебраических при помощи **бесконечных рядов**: «**Все надо «раскладывать» в бесконечные ряды**».

Метод:

Все функции раскладываются в сходящиеся степенные ряды, ряды подставляются друг в друга, приравниваются коэффициенты при одинаковых степенях  $x$ . Сравниваются коэффициенты



$N = 0$



## Письмо Лейбницу

- Ньютон пишет, «**мне просто стыдно** признаться с каким числом знаков проделал эти вычисления»
- **Вслед за своим учителем Барроу** («можно было бы удлинить рассуждения, но для чего?), **Ньютон признавал, что математический анализ требует обоснования, но не считал полезным на нем задерживаться.** Он нашел разложения всех элементарных функций — синуса, экспоненты, логарифма и т. д.— в ряды и таким образом убедился, что все встречающиеся в анализе функции разлагаются в степенные ряды — провел «мыслимый эксперимента».



## «ДОКАЗАТЕЛЬСТВО НЕВОЗМОЖНОСТИ» - ВЫБОР ИСЧИСЛЕНИЯ

- неразрешимости алгебраических уравнений в радикалах (Абель)
- неразрешимости дифференциальных уравнений в элементарных функциях или в квадратурах (Лиувилль),
- иррациональности корней квадратных уравнений.
- Неразрешимость проблемы существования решения диофантова уравнения в целых числах
- подход описания систем как совокупности материальных точек практически ничего не дает – **комбинаторно-вычислительные трудности непреодолимы**

Какое исчисление нужно, чтобы описать «смыслы» слов ?

Разрешима ли это проблема в принципе ?



# КРИТЕРИЙ НАУЧНОСТИ К. ПОППЕРА: ФАЛЬСИФИЦИРУЕМОСТЬ ТЕОРИИ

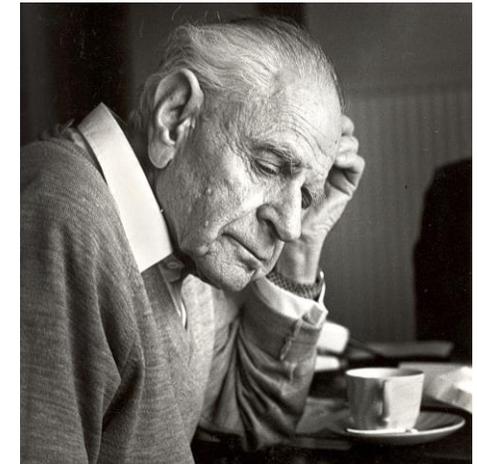
Теория Ньютона фальсифицируема ( опровергается ОТО) – значит эта теория научна:

- **Пространство трехмерно и евклидово** - есть т.н. **абсолютное** расстояние (пространство не плоское, а «искривленное»)
- **Движение материальных тел возможно со сколь угодно большой скорости** передачи взаимодействия - можно ввести **абсолютное** время ( скорость ограничена скоростью света)
- **Время одномерно** - всякий материальный объект есть система материальных точек, **а силы задаются извне** (в квантовой механике описание объекта дается с помощью волновой функции, которые могут находиться в суперпозиции)

Закона механики Ньютона полностью **детерминируют** (объясняют) движение **материальной точки (абстракция)** и тел, как систем материальных точек:

- небесная механика, молекулярно-кинетическая теория, теория сплошных сред, статистическая физика, физическая кинетика – все они базируются на механике Ньютона
- но не применимы в масштабах Вселенной и для описания квантовых процессов

Почему, сложные системы, живые организмы и когнитивные функции (квалия) не описываются законами механики Ньютона ?



1902 —1994

Теория удовлетворяет критерию **Поппера** в том случае, если существует **возможность её экспериментального или иного опровержения.**



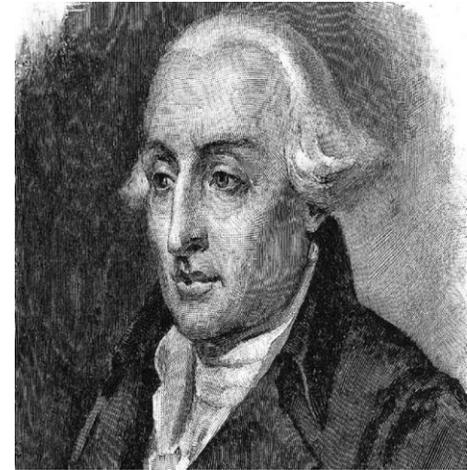
## «ПОЛЕЗНОСТЬ» РАЗНЫХ ФОРМАЛИЗМОВ

**Факт:** Некоторые задачи «проще» (понятнее) решаются при использовании «других» не Ньютоновских формализмов.

Формализм Лагранжа был сформулирован в мемуаре «Размышления о решении числовых уравнений». Формулы формализма Лагранжа

- работают не со всеми координатами, а **только с независимыми, но** и не только с декартовыми (прямоугольными) координатами
- не оперирует понятием **силы**, приложенной к точке и поэтому может быть распространен и на «безсиловые» ситуации
- одинаково описывается динамика как частиц, **так и полей** — как дискретные, так и **континуальные материальные системы**.
- **поля** «первичнее» отдельных сил, они задаются потенциалами (полевые функции), которые определяются не силовыми, а **энергетическими характеристиками**, поэтому есть формулы Лагранжа применимы к «системам» со связями.

**Идея** Лагранжа: Если на координаты точек системы наложены ограничения, то **не все координаты являются независимы** (вводится абстракция обобщенных координат).



1736-1813

Иногда удобно пользоваться не декартовыми координатами, а координатами, которые учитывают наложенные на них ограничения.



## ЗАКЛЮЧЕНИЕ:

### ОТ ГРАВИТАЦИИ К ИНФОРМАЦИИ И ДАЛЕЕ ... ВЕЗДЕ

- Ньютон писал: «Непостижимо, чтобы неодушевленная грубая материя могла **без посредства чего-либо нематериального (информационного ?!)** действовать и влиять на другую материю **без взаимного соприкосновения (приложения силы)**
- Воздействие без посредника **по-моему, это абсурд**, который немыслим ни для кого, умеющего достаточно разбираться в философских предметах.
- Тяготение должно вызываться агентом, постоянно действующим по **определенным законам**. Является ли, однако, этот агент **материальным или не материальным**, решать это я предоставил моим читателям.....

**Какие же выводы можно сделать из материала лекции, если рассуждать об формализации «информационных воздействий» ?**