



Санкт-Петербургский  
Государственный  
Политехнический  
Университет

Институт прикладной  
математики и механики

КАФЕДРА  
ТЕЛЕМАТИКА

## Управление научными проектами (Методы исследовательской работы)

# Числа как «тени реальности» - основа научного проектирования

---

31 октября  
2023 г.

# Что обсуждали на прошлой лекции - «информационное» вмешательство в процессы проектирования

2

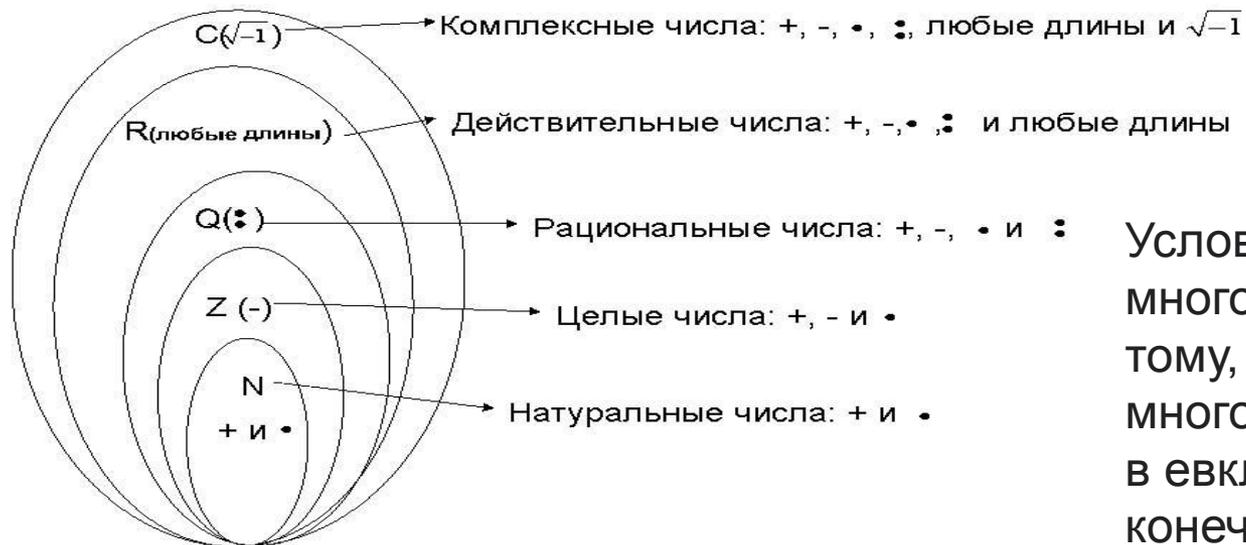
Если **информацию** рассматривать как объяснительную форму **описания какой либо системы**, то оказывается, что

- Одна и та же система **имеет различные формы описания** в зависимости от имеющейся информации (например, в одном случае система способна совершить работу, в другом – нет)
- Мера **информации** непосредственно связана с фундаментальными физическими **понятиями энергии и энтропии**, а «любая **неслучайная комбинация битов**» имеет структуру и может быть использована для .... **производства какой либо полезной «работы»**.
- Информация, как атрибут объекта, наравне с объективными физическими параметрами (длина, площадь масса, вес...) должна учитываться в моделях взаимодействия объекта с внешней средой.

«информационная» точка зрения позволяет найти количественные ответы на вопросы:

- 1) **какую «полезную работу» совершает вычислительная система**
- 2) **почему при функционировании компьютера выделяется тепло ? ? ?**
- 3) **...**

# Множества, числовые «поля», пространства и многообразия



Условие счётности базы многообразия эквивалентно тому, что многообразии вкладывается в евклидово пространство конечной размерности

В математике алгебраическое **поле** - это множество, в котором операции сложение, вычитание, умножение и деление определены так же, как операции над рациональными и вещественными **числами**.

Множество с заданной на ней топологией (операциям объединения и пересечения **топологического**)



# Как понять, что утверждения (объекта) отражают истину

Даны утверждения:

- Два физических объекта **похожи**
- Два материала, из которых собраны объекты, **одинаковы**

.....

рассматриваемые в задаче математические группы **тождественны**

Анализ истинности этих утверждений, начнем опираясь на **алгебраическую точку зрения**, а именно **группы «одинаковы», если они изоморфны.**

Теорема: есть отображение  $G \rightarrow G'$  группы  $(G, *)$  в группу

То отображение  $p$  *изоморфизм*, если оно

- 1) взаимно однозначно;
- 2) сохраняет операцию, т. е. образ произведения равняется произведению образов:  $(p(a * b) = p(a) \circ p(b)$ .

Как формально и по существу убедиться в этом ? Надо доказать тождество:

$$\varphi(a) \circ \varphi(a^{-1}) = \varphi(a * a^{-1}) = \varphi(e) = e',$$

# Гипотеза многообразия

<https://colah.github.io/posts/2014-03-NN-Manifolds-Topology/>

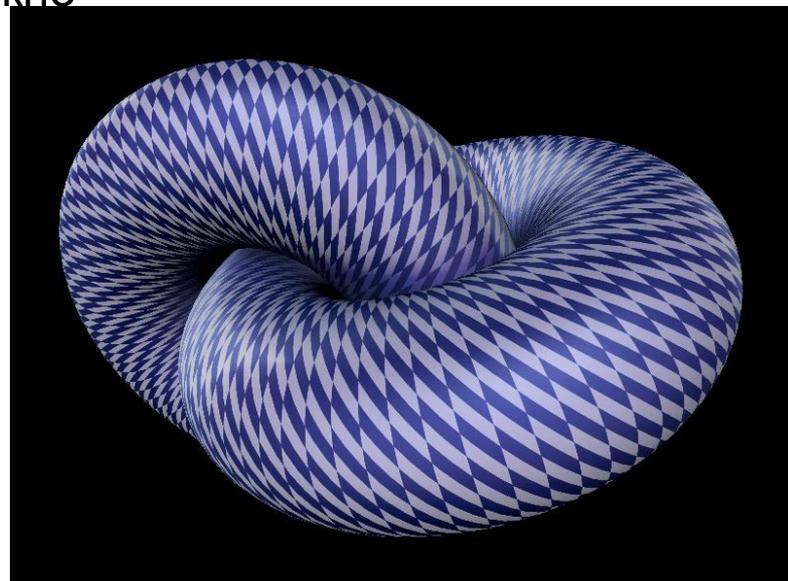
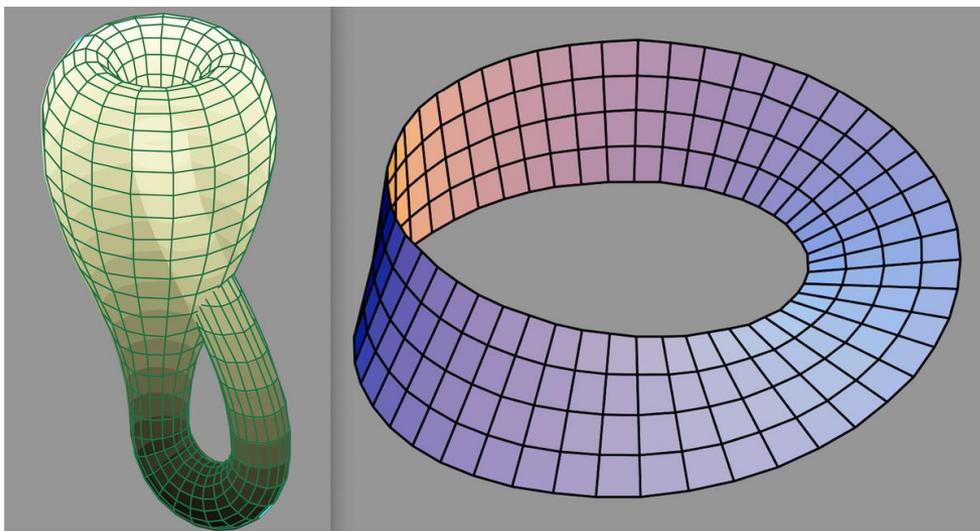
Гипотеза многообразия состоит в том, что воспринимаемые данные образуют многообразия меньшей размерности в своем пространстве вложения.

Основная задача классификации (факторизации множества на классы) состоит в том, чтобы разделить множество запутанных многообразий....

Существуют ситуации один класс может полностью окружать другой класс.

Это в общем случае маловероятно, но возможно

<https://colah.github.io/posts/2014-03-NN-Manifolds-Topology>



# Удивительный парадокс!

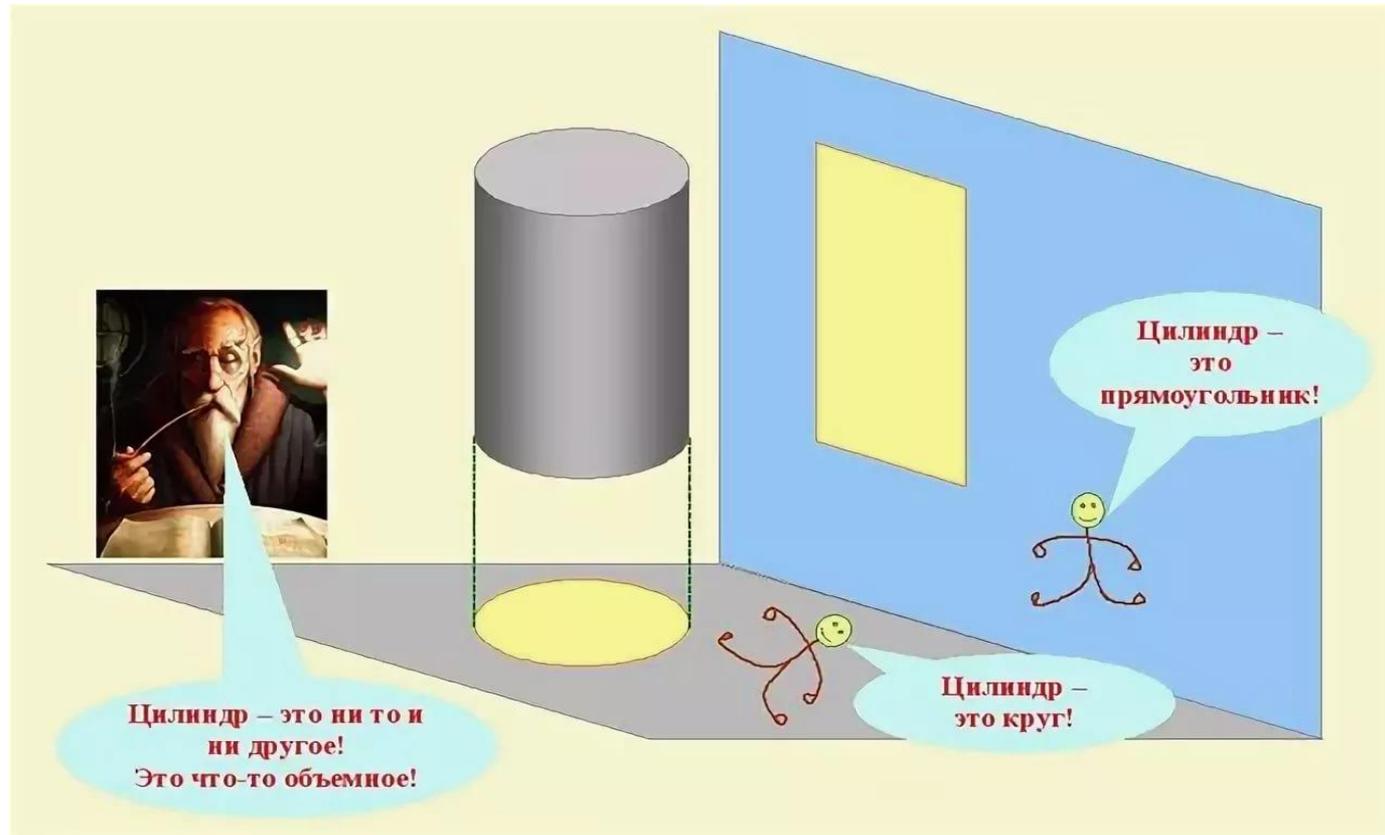


Итак, существуют **неизмеримые множества**, которые не имеют объёма, если под объёмом мы понимаем то, что обладает свойством аддитивности, и предполагаем, что объёмы двух конгруэнтных множеств совпадают

# «Тени» реальности

Теорема Тарского о невыразимости арифметической истин

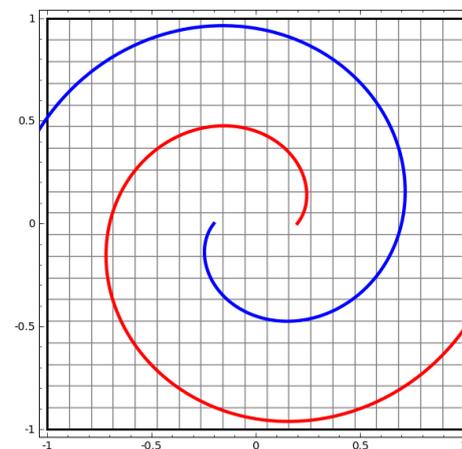
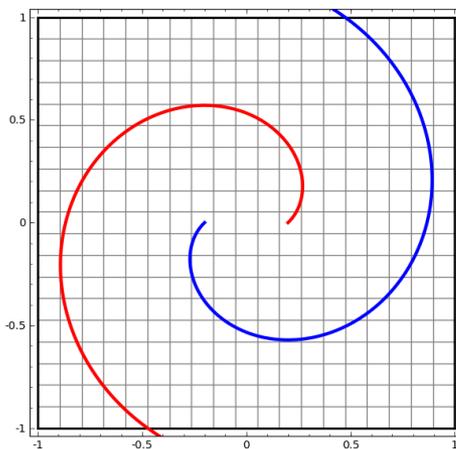
**Множество истинных формул арифметики первого порядка (то есть множество их номеров при любой фиксированной гёделевской нумерации) не является арифметическим множеством.**



Следствие теоремы Лебега: только в **противоречивой** теории высказывание «доказуемость  $P$  влечёт  $P$ » доказуемо для всех утверждений  $P$

# Топология – наука о непрерывных преобразованиях

Переходы от «необработанного» первичного представления к представлениям «более высокого уровня», которые можно использовать для классификации данных. Первоначально спирали запутаны, но к концу они линейно разделимы.



Топологический человек

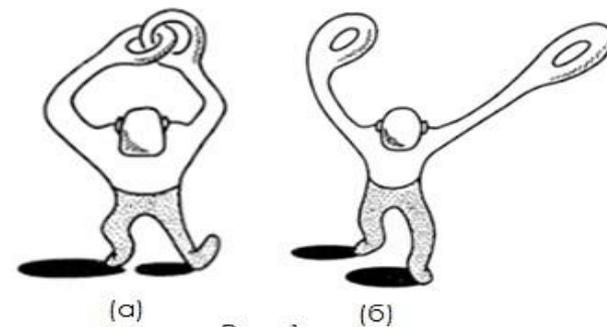
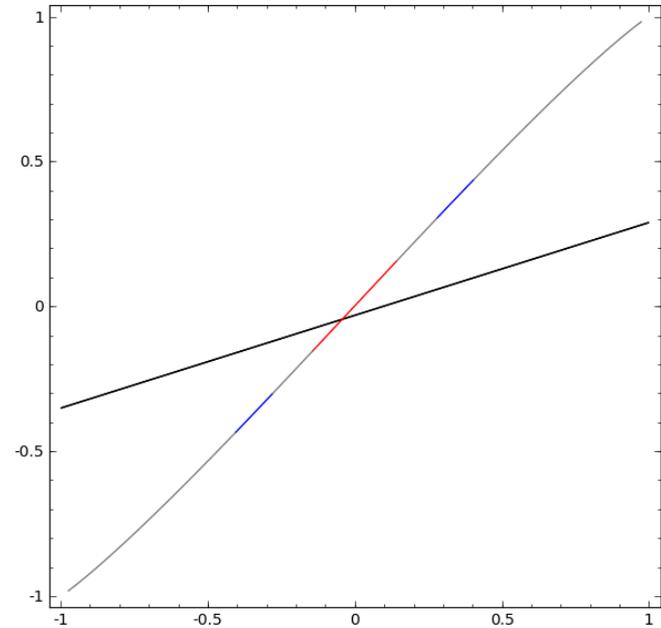
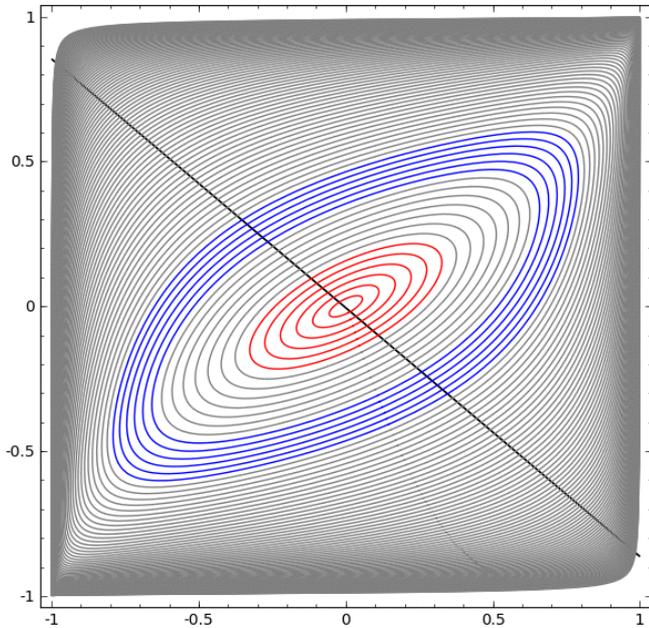


Рис. 1

# Как разделить «спутанные множества»



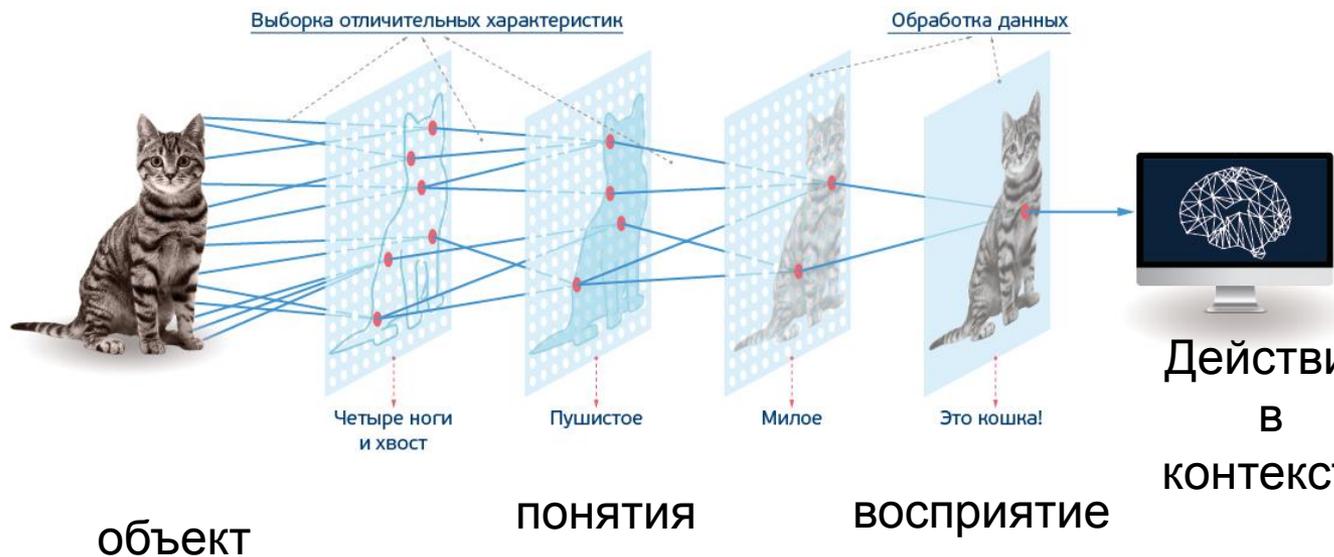
Точность классификации как и к.п.д. двигателя не может быть 100%

# ПРИНЦИП «шахматной доски» - субъектность элементов



возможность разделения окружающего «пространства-время» на **классы эквивалентности**, т. н. фактор-множества (например, черные/белые клетки), на которых определено множество операций - является основой научного подхода. Это позволяет выделить подмножества состояний, которые можно рассматривать **как элементы последовательности элементов**

## КАК РАБОТАЕТ НЕЙРОННАЯ СЕТЬ



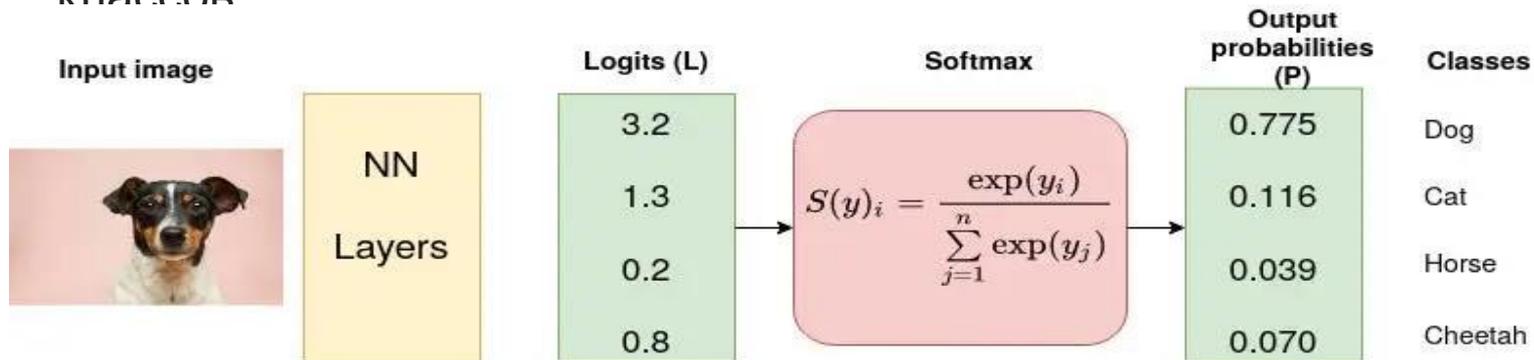
Эти элементы образуют базис научной модели, замкнутый относительно фундаментальных (энергетических, топологических и др.) инвариантов. Альтернатива такому подходу – например в контексте «ИИ реальность, инвариантов.

# Функция «мягкого разделения» в задачах машинного обучения

Предположим, что у нас есть непрерывная переменная  $x$ , которую мы хотим разбить на  $N + 1$  интервалов. Необходимо задать  $n$  точек, которые являются «обучаемыми переменными». Обозначим эти точки  $[\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n]$  как монотонно возрастающие, то есть  $\beta_1 < \beta_2 < \dots < \beta_n$ . Во время обучения величина  $\beta$  может быть изменена, с помощью функции

$$T = f_{w,b,\tau}(z) = \text{softmax}((wx + b) / \tau)$$

$W$  – константа вектор,  $b = [b_1, b_2, \dots, b_n]$ ,  $\tau$  – фактор напряженности. Функция Softmax, преобразует компонент вектора в «вероятности» Эти «вероятности» являются прогнозами влияния модели классификации для каждого из 4 классов



# Средства в моделирования повседневного языка

Логиты - представляют собой числовые значения, которые используются для измерения вероятности того, что определенное слово или фраза будет использоваться в тексте.

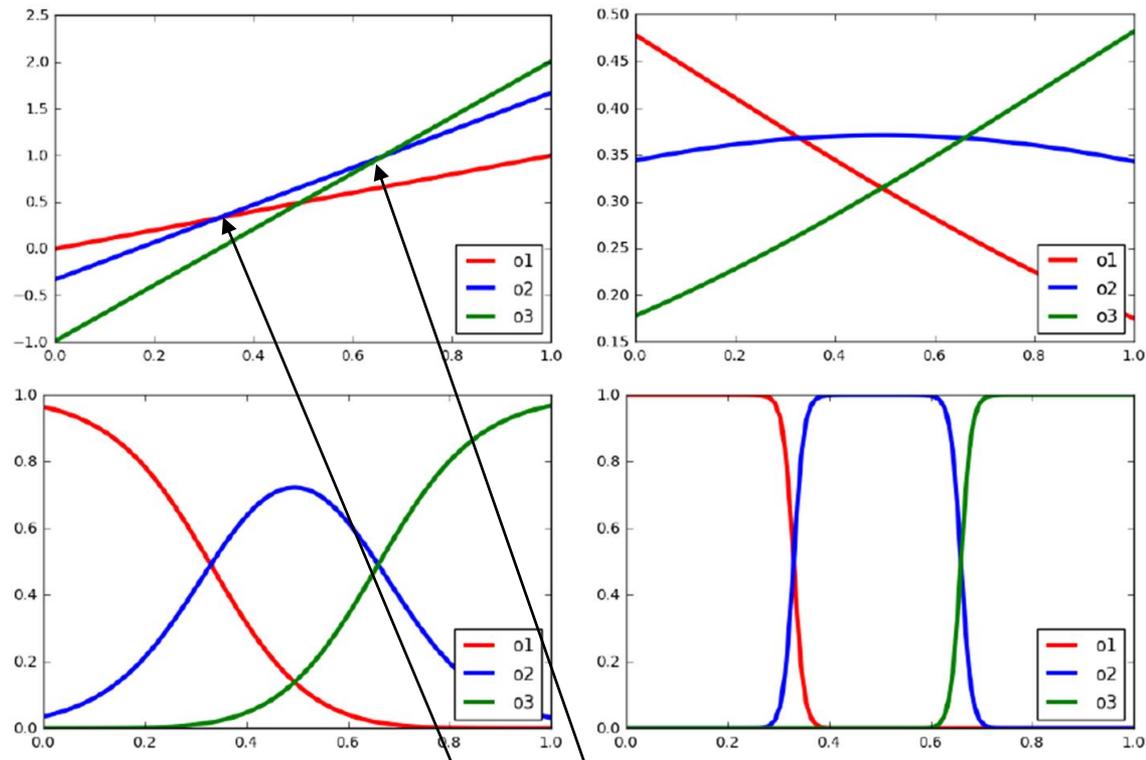


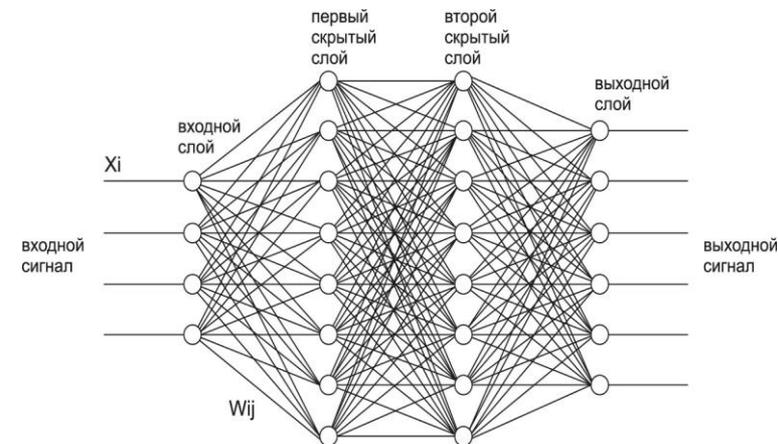
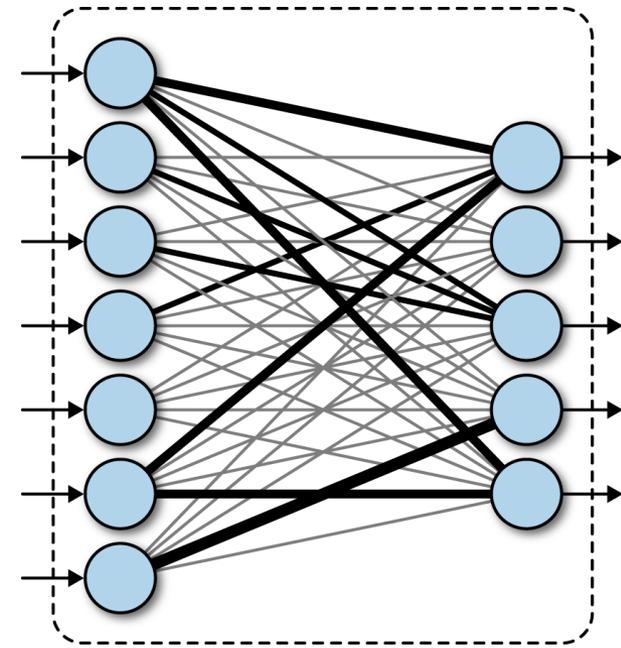
Рис .1 использованием точек «среза» в 0.33 и 0.66. Ось x - это значение непрерывной входной переменной  $x_2$  [0; 1]. Вверху слева: исходные значения логитов; вверху справа: значения после применения функции softmax с  $\tau = 1$ ; Внизу слева:  $\tau = 0.1$ ; внизу справа:  $\tau = 0.01$ .

# Топологические свойства многообразий:

## Восприятие vs измерение

- В результате топологические свойства многообразий, такие как их «спутанные связи» связи, могут сделать невозможным линейное разделение классов с использованием низкоразмерных сетей независимо от их глубины – нужна «ширина»....
- Очень простой но не вполне научный путь классификации элементов многообразия — это «наивная» попытка разъединить многообразия, так чтобы «растянуть» запутанные части, сделав их как можно тоньше. Это может обеспечить относительно высокую точность классификации и стать «оптимальным» локальным минимумом.

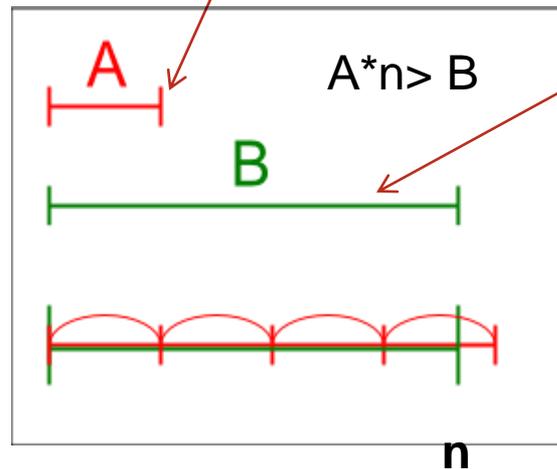
Чтобы таким способом повысить точность классификации многообразий с помощью нейронных сетей необходимы «широкие» скрытые слои нейронных сетей



# Фундаментальные аксиомы «числовых полей»:

## Аксиома Архимеда

**Аксиома Архимеда** : если даны отрезки  $A$  ( масштаб) и  $B$  ( объект измерения) , то можно отрезок  $A$  отложить несколько раз так, что сумма будет равна или «немного» превосходить отрезок  $B$  ,



Утверждение: многообразие физической реальности (пространство-время) архимедово. то есть **одномасштабно**, гладко, «делимо» и «однородно». Аксиома Архимеда утверждает буквально следующее:  
**В природе не существует бесконечно малых и бесконечно больших величин.... Что же тогда описывают «дифференциальные и интегральные уравнения» ?**

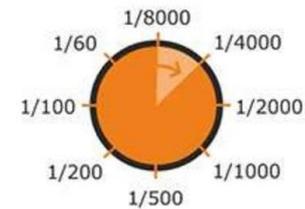
# Принцип неопределенности восприятия - «Реальность vs виртуальность»

Из соотношения неопределенности Гейзенберга следуют радикальные выводы:

- существуют объекты физической реальности, которые не могут быть зарегистрированы-измерены классическими измерительными приборами,
- Виртуальные процессы, которые происходят **в промежутки времени порядка  $10^{-24}$  сек,** и в силу соотношения неопределенности, для энергии и времени такие процессы **принципиально не могут наблюдаться.**
- Виртуальные частицы и процессы «ненаблюдаемы», образуя «**вакуум**» физической реальности, которые **сейчас составляют в «научную модель мира».**

## Классификация.

КОРОТКАЯ ВЫДЕРЖКА



Выдержка  
1/4000 сек



Замораживает движение

ДЛИННАЯ ВЫДЕРЖКА



Выдержка  
1/25 сек



Показывает движение

Выдержка  
1 сек

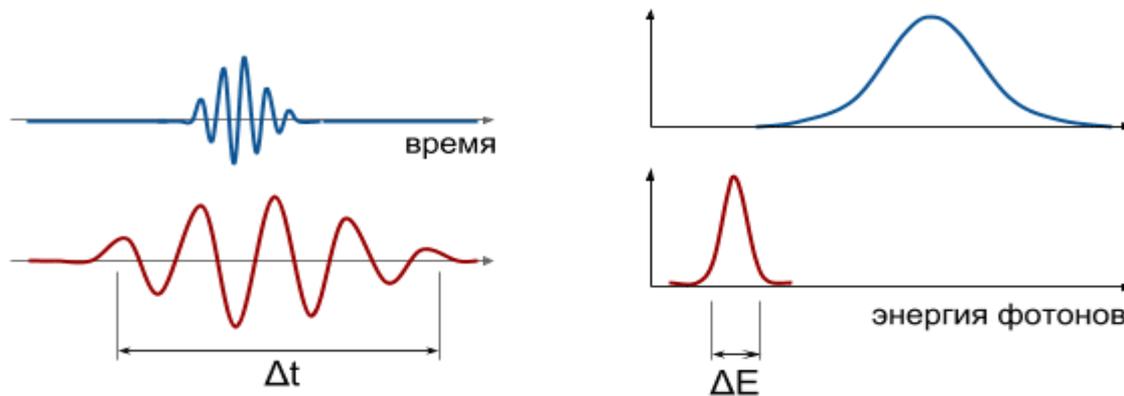


Размытый объект

# Реальность как следствие соотношения неопределенностей

Призрачно всё в этом мире бушующем,  
Есть только миг, за него и держись. ...

Слова: Дербенев Л.  
Музыка: Зацепин А.



Соотношение неопределенностей энергия–время для фотонов: **чем короче световой импульс, тем больше разброс энергий у фотонов**:  $\Delta t \cdot \Delta E \sim \hbar$ , где  $\hbar$  — постоянная Планка,  $\hbar \approx 10^{-34}$  Дж·с.

Чтобы «реальность» была наблюдаема на интервале времени  $t$ , она должна **обладать энергией** как минимум равной  $\hbar/t$ .

# Пример: использования понятий «информация», «энтропия» и «энергия»

## Количество информации по Шеннону

Вход		Выход
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Пусть на входе электронного устройства - «гейта» имеется 4 **равновероятных** состояния

Тогда, **входная** информационная емкость (энтропия) гейта  $I_{in} = 2$  бита

На выходе гейта: состояние 0 появляется с вероятностью  $3/4$ , а состояние 1 - с вероятностью  $1/4$

**Выходную** информационную емкость гейта можно оценить так:  $I_{out} = - [(3/4)\log_2(3/4) + (1/4)\log_2(1/4)] =$   
 $= - [(3/4)\log_2 3 - (3/4)\log_2 4 - (1/4)\log_2 4] =$   
 $= - (3/4)\log_2 3 + 2$

Информация в гейте **теряется на величину**:  $(I_{in} - I_{out}) =$   
 $2 - (- (3/4)\log_2 3 + 2) = 1.1887$  бит, **Величина** энергии, которая **рассеивается** при потере 1 бита  $Q = kT \ln 2$  (формула **Ландауэра**), поэтому

$$\Delta E = kT \ln 2 \cdot (I_{in} - I_{out}) = kT \ln 2 \cdot (3/4) \log_2 3 = 0.824 kT$$

Вход		Выход
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

# «Домашнее задание» для подготовке к практическому занятию «управление научными проектами»

Научная тема «**топологические инварианты**» формы поверхности

- 1. Задание 1. Числа Бетти** — последовательность инвариантов топологического пространства. Каждому пространству соответствует некая последовательность чисел Бетти. Нулевое число Бетти совпадает с числом связных компонент многообразия
- 2. Задание 2. Функцию Морса** — гладкую функцию на многообразии, имеющая невырожденные критические точки. Функции Морса возникают и используются в как основной инструмент дифференциальной топологии.
- 3. Задание 3. Фактор-множество** — множество всех классов эквивалентности для заданного отношения эквивалентности на множестве. Разбиение множества на классы эквивалентных элементов называется его факторизацией.

# «Домашнее задание» для подготовке к практическому занятию «управление научными проектами»

19

Тема «**информационное содержание**» сообщений о процессах вычислений на примере:

S1:  $1+2=3$

S2:  $1+2=0$

Оценить какой объем информации эти сообщения содержат (какой объем информации можно извлечь из этих сообщений "в рамках применимости основных концепций «теории информации»?

**Формально:**

1. Если **вероятность** того, что  **$1+2$  равно три** есть «достоверность», то .... объем информации по Шеннону в сообщении (S1) =0.
2. Если вероятность того, что  **$1+2$  равно нулю** есть «вероятность ошибки в работе процессора», то объем информации по Шеннону (S2) >0.

**Интеллектуально:** ( значит за «границами формальной постановки задачи)

1. энтропия Шеннона считается одним из самых важных понятий в науке, поэтому, если считать, что вероятность того, что  **$1+2 =0$** , есть «достоверность», то ....
2. результат вычислений представлен **в троичной системе счисления**.

Объяснение, что в сообщении система счисления м.б. **троичная**, это ... «интеллектуальное дополнение», которое «извлекается» из тезауруса

# «Домашнее задание» для подготовке к практическому занятию «управление научными проектами»

Тема: почему маленькие числа в маленьких степенях становятся больше ?

Рассмотрим выражение  $x^x - x$

$$(*) \frac{d}{dx}(x^x - x) = x^x(\ln x + 1) - 1$$

$$\begin{aligned} & \frac{d}{dx}(x^x(\ln x + 1) - 1) = \\ & = x^x \left( \frac{1}{x} + (\ln x + 1)^2 \right) > 0, x \geq 0 \end{aligned}$$

Тогда график (\*) возрастает. Единственный корень исходного выражения  $x=1$ .

$$\min(x^x - x) = 1^1 - 1 = 0$$

$$\Rightarrow x^x - x \geq 0 \Rightarrow x^x \geq x$$

Рассмотрим

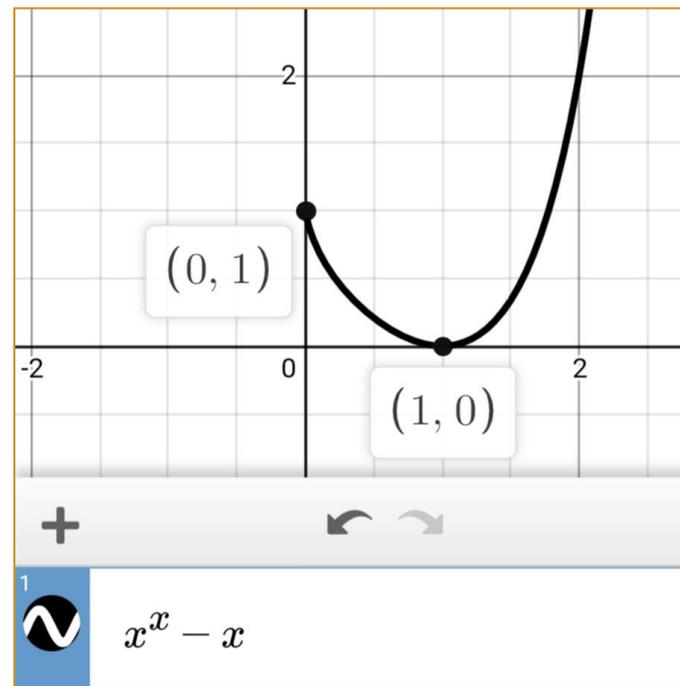
$$\lim_{x \rightarrow 0} x^x = \lim_{x \rightarrow 0} (e^{\ln(x)})^x = \lim_{x \rightarrow 0} e^{x \cdot \ln x}$$

$x \rightarrow 0$

$$\lim_{x \rightarrow 0} x \cdot \ln x = \lim_{x \rightarrow 0} \ln' x / (1/x)' = \text{по правилу}$$

$$\text{Лопиталя} = 1/x / (-1/x^2) = -x = 0$$

при  $x \rightarrow 0$



Где храниться информация - «тьнь реальности» или интеллектуальное «дополнение» - этого выражения?

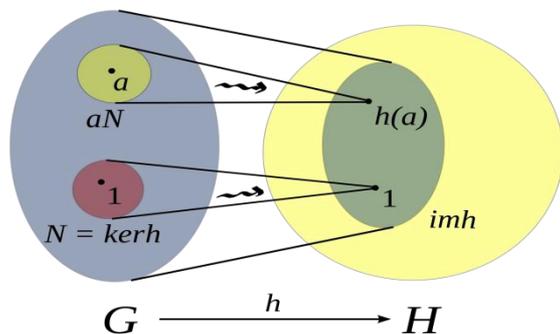
# «Домашнее задание» для подготовке к практическому занятию «управление научными проектами»

**Все есть число**  
Пифагор  
(2000 лет назад)

Тема: Какие отношения (при каких условиях) между объектами физического и информационного плана можно установить:

1. **изоморфизм** (совпадение/одинаковость или взаимно однозначное отображение) множества состояний физической модели и множества вещественных чисел –(взаимно однозначного отображения)
  2. диффеоморфизм (гладкое отображение) двух многообразий
  3. гомоморфизм (уподобление)...
- Как формально можно валидировать (исключая **сознание/понимание**) **эти отношения** ?

Гомоморфизм отображения: исполняемый код -действие



Образ обратного элемента — обратный элемент к образу: что следует из равенства

$$\varphi(a) \circ \varphi(a^{-1}) = \varphi(a * a^{-1}) = \varphi(e) = e'$$

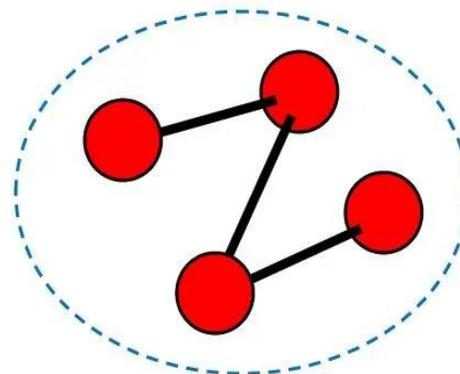
[https://studme.org/277878/matematika\\_himiya\\_fizik/izomorfizm\\_gomomorfi\\_zm](https://studme.org/277878/matematika_himiya_fizik/izomorfizm_gomomorfi_zm)

## Физико-математический изоморфизм

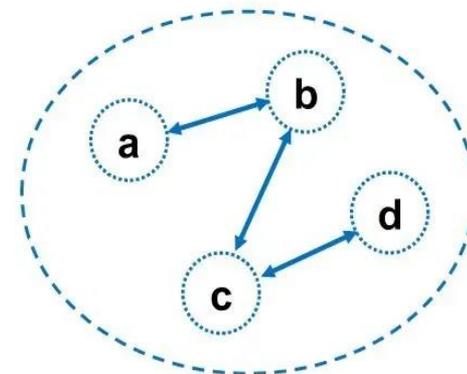
Физическая структура



Математическая структура



Физические частицы (электроны, ядра, атомы, молекулы) и взаимодействия (силы)



Математические объекты (числа, векторы, матрицы, функции) и связи (операции)

# «Домашнее задание» для подготовке к практическому занятию «управление научными проектами»

## **Тема : Первая Теорема Геделя:**

если формальная арифметика непротиворечива, то в ней существует невыводимая и непроверяемая формула

## **Тема: Вторая Теорема Геделя:**

если формальная арифметика непротиворечива, то в ней невыводима некоторая формула, содержательно утверждающая непротиворечивость этой арифметики

## **Вывод:**

Арифметизация Природы как целостной системы невозможна

Как быть с гипотезой о «вычислимом сознании» и «вычислении понимания» ?

# Возможность «объективизации» формальных знаний

- Пространство состояний «интеллектуального субъекта» - шестимерно и расслаивается на два подпространства «пространство» и «время» :  $L^3T^3$ .
- «Наше» прошлое или опыт «записан» как паттерны в нейросетях мозга составляя программу действия/реакции, которые «фильтруют» наше восприятие мира в целом и его конкретные объекты в частности.
- «Наше» будущее вычисляется в нейросетях мозга как решение «обратной задачи» – построение алгоритма достижения намеченной цели.
- Решение этой задачи регуляризируется на основе понимания ранее опыта и интуиции (имплицитное научение – без понимания). Текущие реакции на возникающие ситуации формируются в форме устойчивых нейронных связей. При этом каждый объект (стимул) активизирует ту или иную нейронную подсеть мозга, которая в свою очередь вызывает набор химических реакций в организме – объективизируя вычисленное «интеллектуальное решение» через отношение «намерение-действие».

**Итого:** в большинстве случаев мы воспринимаем реальность не такой, какая она есть, такой как она «интерпретируется» (фильтруется) мозгом на основе паттернов (образов) , сформированных предыдущей опытом деятельности.

# Согласованность решения «прямых» и «обратных» задач экспериментальных исследований

25

Прямые задачи – **расчет** по формулам

Обратные задачи – **понимание** формул

**Фундаментальная проблема науки:**

Стандартная модель квантовой физики в принципе способна описать только 4 % материи во Вселенной. Остальные 96% - на треть **темная материя** и на **две трети темная энергия**, а две основные научные теории - квантовая механика (КМ) и общая теория относительности (ОТО).- противоречат (антагонистичны) друг другу .

Суть ОТО: «Масса **говорит** (**передает информацию ?**) пространству-времени как «изгибаться», порождая силу тяготения, а пространство-время говорит массе как двигаться.»

**Джон Уиллер**

Суть КМ: квантовом мире действует принцип неопределенности Гейзенберга, частицы **взаимодействуют** (**передают информацию ?**) друг с другом при помощи виртуальных частиц – переносчиков взаимодействия, способных на короткое время нарушать закон сохранения энергии.

**Р. Фейнман**

## «Вакуум» понимания

Сколько событий, которые составляют результаты исследований, но имеют **вероятность «ноль»** ?

Итак, законы «реальной» физики имеют «масштабы», а вычислительные модели «абсолютны». Числа и виртуальные частицы являются переносчиками взаимодействия «физического вакуума» - того, что не возможно измерить....но можно понять.

Термин "физический вакуум", можно трактовать как средоточие виртуальных объектов, непрерывно рождающихся на короткие мгновения и тут же исчезающих квантовых флуктуаций.

Квантовые флуктуации вакуума создаются нулевыми колебаниями электромагнитного поля, ... **Ноль не наблюдаем**, но виртуальные частицы могут оказывать действие на внесённые в вакуум реальные объекты.

## «Реальность vs виртуальность»

Из соотношения неопределенности Гейзенберга следуют радикальные выводы:

- существуют «виртуальные» объекты физической реальности, которые не могут быть зарегистрированы-измерены классическими измерительными приборами, например, счётчиком элементарных частиц, но только с «их помощью» возможно «физически» объяснить процессы переноса энергии и законы сохранения.
- Итак, **скорость и масса виртуальных частиц** не имеет физического смысла, но они ... объекты «модели» реальности.
- Виртуальные процессы, которые происходят **в промежутки времени порядка  $10^{-24}$  сек**, и в силу соотношения неопределенности, для энергии и времени такие процессы **принципиально не могут наблюдаться**.
- Виртуальные частицы и процессы «ненаблюдаемы», образуя «**вакуум**» физической реальности, которые **сейчас составляют в «научную модель мира»**.

# Структуры, ОБЪЕКТИВИЗИРУЮЩИЕ знания

Онтология –спецификация концептуализации»

Н. Грубер, 1992

«Логика» компьютерных наук:

- в физическом плане «существует» лишь то, что можно представить с помощью цифр (**вычислений**) (what "exists" only is that which can be represented by digits ).
- Если «объект» или «процесс» существует физическим, то они могут быть мыслимы. Это значит они могут иметь имя, представленное в «текстовом» (human-readable text ) виде, объясняющим значение понятия, (reflected in the representational vocabulary)
- Компьютерные науки изучают взаимодействия природным феноменом или и его информационной моделью
- между феноменом и моделью можно установить различные отношения, включая:
  - изоморфизм (совпадение/одинаковость или взаимно однозначное отображение) множества состояний физической модели и множества вещественных чисел –(взаимно однозначного отображения)
  - диффеоморфизм (гладкое отображение) двух многообразий
  - гомоморфизм (уподобление)...
- В итоге суть научных исследований –процесса непрерывного научения то есть взаимодействия субъекта со средой для приобретения знаний, умений и навыков.

- **Исследования** - это представленная в определенной форме информации, заключенной конкретных данных, ссылаясь на которые можно сделать рациональные (логически целостные) заключения на, используя систему суждений, соответствующей **онтологии** текущей ситуации и контексту использования имеющихся **знаний**.
- **Знание** – это отношения между понятиями, которые включают в себя :
  - интенциональное описание проблемной области (прикладная онтология – описание проблемной области),
  - интенциональное описание ситуации (онтология текущей ситуации),
  - экстенциональное описание ситуации (контекст использования) и вытекающее из него множество возможных решений